Inzidenzaxiome

I1 Durch je zwei Punkte geht eine Gerade.

I2 Durch je zwei verschiedene Punkte geht höchstens eine Gerade.

I3 Jede Gerade enthält mindestens zwei verschiedene Punkte.

I4 Es gibt drei Punkte, die nicht auf einer Geraden liegen.

Anordnungsaxiome

A1 Falls q zwischen p und r liegt, so sind p, q und r drei paarweise verschiedene Punkte auf einer Geraden.

A2 Liegt q zwischen p und r, so liegt q auch zwischen r und p.

A3 Zu je zwei verschiedenen Punkten p und q gibt es einen Punkt r, so dass q zwischen p und r liegt.

A4 Unter je drei Punkten liegt höchstens einer zwischen den beiden anderen.

A5 Seien p, q und r drei Punkte, die nicht auf einer Geraden liegen, sei L eine Gerade, die keinen dieser drei Punkte enthält. Schneidet L die Strecke $\overline{pq}$, so schneidet L auch genau eine der beiden anderen Strecken $\overline{pr}$ oder $\overline{qr}$.

Kongruenzaxiome

K1 Streckenabtragung Sei $\overline{pq}$ eine Strecke, sei L_1 eine Gerade, seien p_1, $r_1 \in L_1$, $r_1 \neq p_1$. Dann gibt es einen Punkt $q_1 \in L_1$ auf derselben Seite von p_1 wie r_1, sodass $\overline{pq}$ zu $\overline{p_1q_1}$ kongruent ist.

K2 Sind die Strecken $\overline{p_1q_1}$ und $\overline{p_2q_2}$ beide zur Strecke $\overline{pq}$ kongruent, so ist auch $\overline{p_1q_1}$ zu $\overline{p_2q_2}$ kongruent.

K3 Addierbarkeit von Strecken Seien L und L_1 Geraden, seien p, q, r ∈ L und $p_1, q_1, r_1 \in L_1$ jeweils drei paarweise verschiedene Punkte auf diesen Geraden. Die Strecken $\overline{pq}$ und $\overline{qr}$ mögen keine gemeinsamen Punkte haben, $\overline{pq} \cap \overline{qr} = \emptyset$.
Analog sei $\overline{p_1q_1} \cap \overline{q_1r_1} = \emptyset$.
Sind dann $\overline{pq} \equiv \overline{p_1q_1}$ und $\overline{qr} \equiv \overline{q_1r_1}$ so ist auch $\overline{pr} \equiv \overline{p_1r_1}$.

K4 Die Kongruenz von Winkeln bildet eine Äquivalenzrelation auf der Menge der Winkel.

K5 Winkelabtragung Seien p, q, r Punkte, die nicht auf einer Geraden liegen, und seien p_1, q_1, s_1 ebenfalls Punkte, die nicht auf einer Geraden liegen. Dann gibt es einen Punkt r_1 auf derselben Seite von $L(p_1, q_1)$ wie s_1, sodass der Winkel $\measuredangle(p_1, q_1, r_1)$ kongruent ist zu dem Winkel $\measuredangle(p, q, r)$.

Ist ferner r_2 ein weiterer Punkt mit derselben Eigenschaft wie r_1, d.h. liegt r_2 ebenfalls auf derselben Seite von $L(p_1, q_1)$ wie s_1 und gilt $\measuredangle(p_1, q_1, r_2) \equiv \measuredangle(p, q, r)$,
so ist $\measuredangle(p_1, q_1, r_1) = \measuredangle(p_1, q_1, r_2)$.

K6 Seien (p, q, r) und (p_1, q_1, r_1) zwei Tripel von Punkten, die jeweils nicht auf einer Geraden liegen.
Gilt $\overline{pq} \equiv \overline{p_1q_1}$ und $\overline{pr} \equiv \overline{p_1r_1}$ und $\measuredangle(q, p, r) = \measuredangle(q_1, p_1, r_1)$,
so gilt auch $\measuredangle(p, q, r) \equiv \measuredangle(p_1, q_1, r_1)$.

Sätze, auf die in Beweisen verwiesen wird

Satz 1.1.6 Seien (p, q, r) und (p_1, q_1, r_1) zwei Tripel von Punkten, die jeweils nicht auf einer Geraden liegen.
Gilt $\overline{pq} \equiv \overline{p_1q_1}$ und $\overline{pr} \equiv \overline{p_1r_1}$ und $\measuredangle(q, p, r) = \measuredangle(q_1, p_1, r_1)$,
so gilt auch $\measuredangle(p, q, r) \equiv \measuredangle(p_1, q_1, r_1)$, $\measuredangle(p, r, q) \equiv \measuredangle(p_1, r_1, q_1)$, $\overline{qr} \equiv \overline{q_1r_1}$.

Satz 1.1.7 (Kongruenz der Nebenwinkel) Es mögen die paarweise verschiedenen Punkte p, q und s auf einer Geraden L liegen, dagegen r ∉ L. Analog seien p_1, q_1, $s_1 \in L_1$ paarweise verschieden, $r_1 \notin L_1$. Sind $\measuredangle(p, q, r) \equiv \measuredangle(p_1, q_1, r_1)$, so auch $\measuredangle(s, q, r) \equiv \measuredangle(s_1, q_1, r_1)$.

Satz 1.1.8 (Kongruenz der Gegenwinkel) Seien L und M zwei verschiedene Geraden, die sich in p schneiden. Seien r,q ∈ L auf zwei verschiedenen Seiten von p, und seien s,t ∈ M ebenfalls auf zwei verschiedenen Seiten von p.
Dann ist $\measuredangle(q, p, s) \equiv \measuredangle(r, p, t)$.