Blatt 11: Differentialrechnung, Teil 3

51 **Änderungsmaße.** Als ein Gradmesser für die Entwicklung des Tourismus gilt die Anzahl der Gästenächtigungen. Die folgende Tabelle gibt die Daten für Österreich an (Quelle: Statistik Austria).

(a) Vergleichen Sie die absoluten Änderungen im Vergleich zum jeweiligen Vorjahr. Wann war die absolute Änderung am kleinsten/größten? Welche Bedeutung hat der jeweilige Wert in Bezug auf die vorliegenden Daten?

(b) Vergleichen Sie die relativen Änderungen im Vergleich zum jeweiligen Vorjahr. Wann war die relative Änderung am kleinsten/größten?

(c) Berechnen Sie für das Zeitintervall von 2000 bis 2007 die absoluten Änderung, die mittlere Änderung, die prozentuelle Änderung und den Änderungsfaktor. Welche Bedeutung hat der jeweilige Wert in Bezug auf die vorliegenden Daten?

Jahr	Nächtigungen in Millionen
2000	113,6
2001	115,1
2002	116,8
2003	117,9
2004	117,2
2005	119,2
2006	119,4
2007	121,4

52 **Pegelstand eines Flusses.**

Es sei $p : t \longmapsto p(t)$ die Funktion, die jedem Zeitpunkt t den zugehörigen Pegelstand eines Flusses während eines Unwetters zuordnet.

(a) Interpretieren Sie die Terme im Kontext.
(1) $p(t_2) - p(t_1)$; (2) $\frac{p(t_2)-p(t_1)}{t_2-t_1}$;
(3) $\frac{p(t_2)-p(t_1)}{p(t_1)}$ und (4) $\frac{p(t_2)-p(t_1)}{p(t_1)} \cdot 100$

(b) Zeichnen Sie in der Grafik (Abbildung 2) Δt und Δp im Intervall $[t_1; t_2]$ ein.

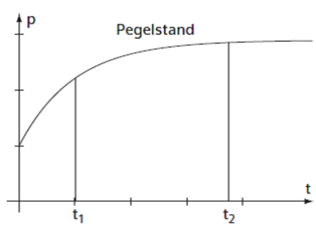


Abbildung 2: Pegelstand

53 **Algenteppich.** Der Graph von f zeigt, wie sich die Fläche (in m^2) eines Algenteppichs in einem kleinen Teich in Abhängigkeit von der Zeit t (in Tagen) ausdehnt.

(1) Ermitteln Sie grafisch (grafisches Differenzieren) die Ableitungsfunktion f'.

(2) Interpetrieren Sie den Verlauf von f und f' im Zusammenhang mit der Ausbreitung des Algenteppichs.

(3) Diskutieren Sie zu welcher der drei Grundkompetenzen die Aufgabenstellung am besten/wenigsten passt. Begründen Sie.

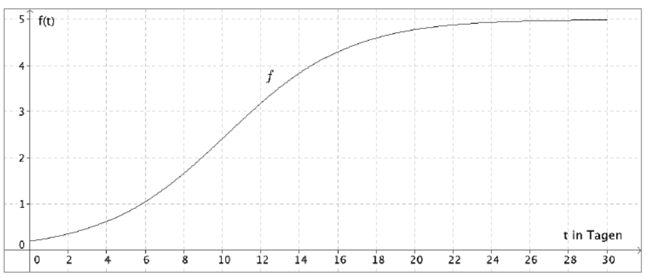


Abbildung 3: Algenteppich

(a) AN-R 3.1 Den Begriff Ableitungsfunktion/Stammfunktion kennen und zur Beschreibung von Funktionen einsetzen können.

(b) AN-R 3.2 Den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion (bzw. Funktion und Stammfunktion) in deren graphischer Darstellung (er)kennen und beschreiben können.

(c) AN-R 3.3 Eigenschaften von Funktionen mit Hilfe der Ableitung(sfunktion) beschreiben können: Monotonie, lokale Extrema, Links- und Rechtskrümmung, Wendestellen.

54 **Ableitungsregel für zusammengesetzte Funktionen im Unterricht erarbeiten.** Entwerfen Sie für die Summenregel einen konkreten Unterrichtsgang (inklusive Aufgabenstellung und exemplarischer Lösungserwartung) gemäß der Schrittfolge:

(1) **Erkunden des Phänomens:** Schülerinnen und Schüler lernen vor der Formulierung von Sätzen (Ableitungsregeln) konkrete Beispiele kennen und können an diesen das Phänomen entdecken.

(2) **Herausarbeiten einer Vermutung:** Ausgehend von den konkreten Beispielen formulieren die Schülerinnen und Schüler eine allgemeine Vermutung.

(3) **Beweis der Vermutung:** Gegebenenfalls muss für den Beweis der Vermutung noch weiteres Vorwissen zur Verfügung gestellt werden.

55 **Ableitung und Tangentensteigung — Vorstellungen und Fehlvorstellungen.** Welche der folgenden Vorstellungen zum Ableitungsbegriff sind zutreffend, bei welchen handelt es sich um Fehlvorstellungen? Begründen Sie ihre Einschätzungen!

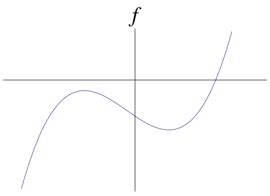
(a) Die Ableitung $f'(x_0)$ einer differenzierbaren Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in einem Punkt $x_0 \in \mathbb{R}$ gibt die Steigung der Tangente an den Graphen von f im Punkt $(x_0, f(x_0))$ an.

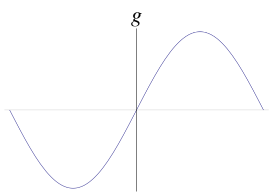
(b) Falls $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine in x_0 differenzierbare Funktion ist, dann schneidet die Tangente an f in x_0 den Graphen von f nur im Punkt $(x_0, f(x_0))$.

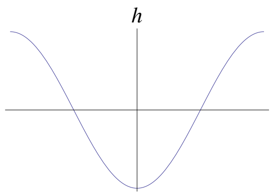
(c) Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist in x_0 genau dann differenzierbar, wenn die Folge der Steigungen der Sekanten durch die Punkte $(x_0, f(x_0))$ und $(x, f(x))$ $(x \neq x_0)$ gegen einen endlichen Wert konvergiert.

(d) Die Tangente an die differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ im Punkt x_0 berührt den Graphen von f in $(x_0, f(x_0))$ und hat dort die gleiche Richtung.

56 **Ableitungspuzzle 2.** Gegeben sind die Graphen der Funktionen f, g, h. Welche der







Funktionen i, j, k (Graphen siehe unten) ist die Ableitung von f, g bzw. h? Begründen Sie Ihre Auswahl!