

Einführung in das mathematische Arbeiten

Ein Projekt zur Gestaltung der Studieneingangsphase an der Universität Wien

Hermann Schichl, Roland Steinbauer

30. September 2009

Zusammenfassung

In diesem Beitrag berichten wir über die Neugestaltung des ersten Studienseesters der Mathematikstudien, die an der Universität Wien in den vergangenen Jahren umgesetzt wurde. Wir skizzieren die zugrundeliegenden Analysen, stellen die getroffenen Maßnahmen vor und kommentieren ihre Wirksamkeit.

Als in den Studienjahren 2000 und 2001 aufgrund geänderter gesetzlicher Rahmenbedingungen die Mathematikstudien an der Universität Wien neu gestaltet werden mussten, wurde diese Gelegenheit auch dazu genutzt, eine grundlegende Überarbeitung der ersten Phase des Studiums vorzunehmen. Das damals eingeführte Modell wurde über mehrere Zwischenschritte weiterentwickelt, um schließlich in den seit Wintersemester 2007/08 geltenden Curricula des Bologna-konformen Bachelorstudiums Mathematik und des Lehramtsstudiums zum Unterrichtsfach Mathematik¹ seine derzeitige Form zu finden.

Probleme zu Studienbeginn — eine Analyse

Die Notwendigkeit zur Reformierung des Studienbeginns war in den Jahren 2000/01 aufgrund der alarmierend hohen Abbrecherquoten und auch der von vielen Lehrenden konstatierten fachlichen Schwächen der Studierenden höherer Semester offensichtlich geworden. Der Umgestaltung ging eine umfassende Analyse der Unzulänglichkeiten der „klassischen“ AnfängerInnenausbildung in ihrer Wiener Ausprägung voraus. Diese sah als alleinige Lehrveranstaltungen für das erste Semester sowohl im Diplom- als auch im Lehramtsstudium die jeweils ersten Teile (5 Semesterwochenstunden) eines dreisemestrigen Analysiszyklus sowie eines zweisemestrigen Zyklus zur Linearen Algebra und Geometrie plus jeweils begleitenden Übungen (2 Semesterwochenstunden) vor. In der Analyse wurden vor allem zwei Hauptaspekte herausgearbeitet:

- (A) Abstraktionsschock: Das in der universitären Lehre übliche Abstraktionsniveau steht in scharfem Gegensatz zum Schulunterricht, in dem mathematische Inhalte hauptsächlich anhand von Beispielen entwickelt werden. Viele Studierende gehen schon in den ersten Wochen ihres Mathematikstudiums im Definition-Satz-Beweis-Dschungel eines unkommentiert auf sie einwirkenden abstrakten Zugangs verloren.
- (B) Beherrschung des Schulstoffs: Der Wissenstand der MaturantInnen (AbiturientInnen) stellt sich je nach Schultyp und wohl auch Qualität des Unterrichts sehr unterschiedlich dar. Insbesondere klafft bei der Mehrheit der StudienanfängerInnen eine deutliche Lücke zwischen dem tatsächlich aus der Schule mitgebrachten Wissen und dem in den traditionellen AnfängerInnenvorlesungen vorausgesetzten und unkommentiert verwendeten „Schulstoff“.

Studieneingangsphase — eine Lösungsstrategie

Um die oben beschriebenen Mängel zu beheben, wurde eine Studieneingangsphase² eingeführt, die den traditionellen Vorlesungszyklen aus Analysis und Linearer Algebra vorgelagert ist. Sie findet in

¹In Österreich fehlt derzeit noch die gesetzliche Grundlage für eine Umstellung der Lehramtsstudien auf die Bologna-Architektur. Sie werden weiterhin als (kombinationspflichtige, $4\frac{1}{2}$ -jährige) Magisterstudien durchgeführt.

²Wir verwenden diesen Terminus intuitiv und nicht exakt gemäß seiner studienrechtlichen Definition — diese wird ohnehin derzeit einer gesetzlichen Änderung unterworfen.

den ersten sechs Wochen des ersten Semesters statt, und erst danach beginnen die (stundenmäßig etwas abgespeckten) ersten Teile der Hauptvorlesungszyklen (siehe Abbildung 1).

Eines ihrer Grundkonzepte ist, sich den Aspekten (A) und (B) auf getrennten Wegen zu nähern. Daher besteht die Studieneingangsphase einerseits aus einer Pflichtvorlesung mit dem Titel *Einführung in das mathematische Arbeiten* (EMA) im Umfang von 3 Semesterwochenstunden (6 ECTS), die geblockt angeboten wird, sowie der Pflichtübung *Hilfsmittel aus der EDV* (3 ECTS), und andererseits aus freiwilligen *Workshops zur Aufarbeitung des Schulstoffs* (3 ECTS), die in den ersten fünf Wochen stattfinden. Nach Ende der Intensivphase der Workshops beginnen ab der vierten Woche die Übungen zu den Hauptvorlesungen, die zunächst die EMA begleiten.

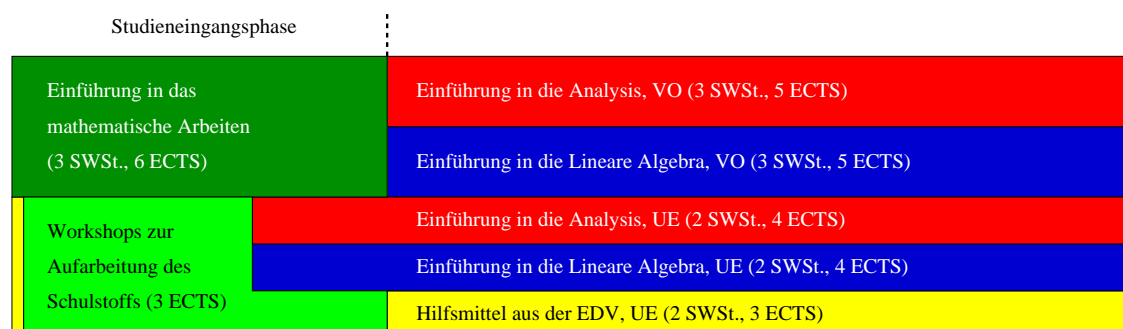


Abbildung 1: Das erste Semester gemäß Studienplan

Inhaltlich deckt die EMA jene Themen ab, die typischerweise den beiden Hauptvorlesungszyklen vorgelagert sind bzw. an ihrem Anfang stehen: grundlegende mathematische Ideen und Schreibweisen, Aussagenlogik, (naive) Mengenlehre, (einfache) algebraische Strukturen, Zahlenmengen und analytische Geometrie. Ihr wesentliches Merkmal ist, dass die Mathematik gemeinsam mit ihrer Methodik, ihrer Sprache und ihren Konventionen präsentiert wird, also dem *Was* das *Wie* gleichberechtigt zur Seite gestellt wird: Am Beginn stehen sehr ausführliche Beweise einfacher Inhalte, wobei parallel dazu der Aufbau mathematischer Texte und die Bedeutung typischer Formulierungen erklärt werden. Die Aussagen- und Prädikatenlogik wird ausführlich motiviert, und erst nachdem Sinn und Prinzip mathematischer Beweise erklärt worden sind, wird schrittweise der Abstraktionsgrad erhöht und gleichzeitig das Ausmaß an erläuternden „Zusatztexten“ reduziert. Ziel dieses Aufbaus ist es, den Abstraktionsschock zu mildern, indem die AnfängerInnen behutsam in die abstrakte mathematische Denkweise eingeführt werden, bis sie ein Abstraktionsniveau erreichen, auf dem die traditionellen Vorlesungszyklen ansetzen können.

All dies geschieht anhand später in beiden Vorlesungen benötigter mathematischer Inhalte, und so ist es möglich, in der Analysis und der Linearen Algebra annähernd denselben Stoff zu vermitteln wie im traditionellen Aufbau.

Den Schwerpunkt der *Hilfsmittel aus der EDV* bildet eine ausführliche Einführung in das Computeralgebrapaket Mathematica. In den ersten Tagen des Studiums steht diese Lehrveranstaltung aber ganz im Zeichen des Aspekts (B). Nach einer Einweisung in die vorhandene EDV-Infrastruktur wird in freiwilligen und anonymen Online-Einstufungstests, an denen ein überwiegender Teil der StudentInnen teilnimmt, versucht, die Schwächen im Schulstoff individuell für jeden einzelnen Studierenden zu bestimmen. Bei der (ausschließlich automatisiert erfolgenden) Auswertung wird bei Bedarf der Besuch einzelner der 15 angebotenen Workshops empfohlen. Diese beschäftigen sich in jeweils 2–4 Stunden mit einem klar umrissenen Stoffgebiet, wie etwa Primzahlen und Teilbarkeit, Kurvendiskussion, Restklassen oder komplexe Zahlen. Die Workshops werden von erfahrenen Studierenden gestaltet und machen intensiven Gebrauch von Methoden des e-Learning, verwenden elektronische Unterlagen und die vielfältigen multimedialen Lernhilfen des *mathe online*-Projektes [2]. Auf diese Weise werden die StudienanfängerInnen motiviert, gezielt an ihren Schwächen zu arbeiten. Die Beherrschung des Schulstoffs wird zusammen mit den Inhalten der EMA nach der Studieneingangsphase in einer Klausur überprüft.

Wirkung — ein Erfahrungsbericht

Eine verlässliche quantitative Analyse der Wirksamkeit der oben beschriebenen Neugestaltung des Studienbeginns aus den vorhandenen Daten ist aus mehreren Gründen nur schwer möglich. Die Zahl der Abschlüsse im ersten Studienabschnitt des Diplom- bzw. Lehramtsstudiums (nach vier Semestern) bzw. der Bachelorabschlüsse (nach sechs Semestern) im Verhältnis zur Anzahl der StudienanfängerInnen misst zwar auch die Qualität der AnfängerInnenausbildung und der Studieneingangsphase, aber sicherlich nicht nur diese. Zusätzlich ist es nur schwer möglich den Einfluss der mehrfachen Studienplanänderungen³ seit dem Studienjahr 2001 auszufiltern. Insgesamt kann aber bei etwa gleichbleibender Anzahl an StudienanfängerInnen in den vergangenen Jahren ein Aufwärtstrend der Abschlüsse im ersten Studienabschnitt des Diplomstudiums beobachtet werden. Im Lehramtstudium sind die Zahlen nicht wesentlich verändert und für das Bachelorstudium liegen aussagekräftige Daten noch nicht vor.

Daher lässt sich die Wirkung der getroffenen Maßnahmen derzeit wohl am besten in einem Erfahrungsbericht beschreiben, den wir aus Rückmeldungen von Lehrenden und Studierenden sowie eigenen Beobachtungen zusammengestellt haben. Dieser ist natürlich subjektiv gefärbt, erscheint uns aber doch tendenziell aussagekräftig. Die folgenden Aspekte fallen dabei besonders auf:

- (1) Das Konzept der EMA bedingt eine Akzentuierung in der Stoffauswahl. Für den Studienbeginn grundlegende Inhalte wie mathematische Sprache und Konventionen, (elementare) Aussagenlogik, Beweisführung etc. werden geordnet und systematisch vermittelt und nicht nur im Rahmen einer Vorlesung zur Analysis bzw. Linearen Algebra gerade in jenem Ausmaß gestreift, wie das im Verlauf dieser Vorlesungen an der entsprechenden Stelle gerade notwendig ist.

Die Erfahrung in höhersemestrigen Übungsveranstaltungen zeigt ein gestiegenes Leistungsniveau der Studierenden gerade in diesen Bereichen: z.B. wird das Negieren einer mehrere Quantoren enthaltenden Aussage nun problemlos beherrscht.

- (2) Der Zeitpunkt der ersten Prüfung hat sich vom Ende des ersten Semesters in sein zweites Drittel vorverschoben. Es hat sich für viele Studierende als vorteilhaft erwiesen, schon früh eine Rückmeldung über den individuellen Lern- und Verstehensfortschritt zu erhalten. Zu diesem Zeitpunkt sind Korrekturen eher möglich als nach Ende einer fünfstündigen Vorlesung, wo alleine die Stofffülle erdrückend wirkt. Andererseits kann beobachtet werden, dass eine Entscheidung zum Studienabbruch nun tendenziell früher erfolgt.
- (3) Bei geeigneter Konzeption wird es durch die EMA möglich, stoffliche Doppelgleisigkeiten (Mengenlehre, Zahlenmengen, elementare algebraische Strukturen) zwischen den Vorlesungen aus Analysis und Linearer Algebra zu vermeiden.
- (4) Der Schulstoff wird im Schnitt ebenfalls besser beherrscht als vor der Studienplanänderung. Besonders selten ist geworden, dass einzelne StudentInnen ganze Schulstoffteile wie Winkelfunktionen, Vektorrechnung oder Integralrechnung⁴ überhaupt nicht beherrschen und dadurch im Verlauf der Analysis und der Linearen Algebra früh in starke Schwierigkeiten geraten.

Insgesamt stellen viele KollegInnen fest, dass vor allem die Folgen des Abstraktionsschocks gemildert werden konnten. Bei einer insgesamt leicht gesunkenen Zahl von HörerInnen kann in den Vorlesungszyklen zur Analysis und Linearen Algebra ein höheres Leistungsniveau der Studierenden beobachtet werden. Diese Einschätzung wird auch vom Studienprogrammleiter⁵ für die mathematischen Studien geteilt, der insgesamt der Studieneingangsphase eine sehr positive Wirkung bescheinigt.

³Etwa ist die „Einführung in das mathematische Arbeiten“ zwar im Lehramtsstudium seit dem Wintersemester 2002/03 Pflicht, sie war aber im bis ins Sommersemester 2007 gültigen Diplomstudienplan nur empfohlenes Wahlfach. Seit dem Wintersemester 2007/08 ist sie in beiden aktuellen Studienplänen (Bachelor und Lehramt) Pflichtvorlesung; dazu liegen aber noch keine Abschlusszahlen vor.

⁴Dieser Mangel ist zum Teil durch eingeschränkte Lehrpläne in verschiedenen berufsbildenden höheren Schulen bedingt.

⁵die an der Universität Wien verwendete Bezeichnung des studienrechtlich zuständigen akademischen Organs — entspricht in etwa einem Studiendekan

Mit diesem Artikel hoffen wir, einen möglichen Weg zur Qualitätssteigerung der AnfängerInnenausbildung in den Mathematikstudien in nachvollziehbarer Weise aufgezeigt zu haben und so einen konstruktiven Beitrag zur Diskussion der Gestaltung des Studienbeginns insbesondere für das Bachelorstudium geleistet zu haben. In der gebotenen Kürze konnten wir selbstverständlich nur einen groben Überblick geben, und wichtige Punkte, wie etwa die Differenzierung zwischen Bachelor- und Lehramtsstudium⁶ mussten unerwähnt bleiben.

Zu Fragen der didaktischen Umsetzung des Konzepts der EMA möchten wir auf das aus Skripten zur Vorlesung entstandene Lehrbuch [3] verweisen. An Rückmeldungen und weiteren Diskussionen sind wir selbstverständlich sehr interessiert.

Literatur

- [1] A. Beutelspacher, R. Danckwerts, *Mathematik Neu Denken, Abschlußbericht 2005–07*, <http://www.uni-siegen.de/fb6/didaktik/tkprojekt/downloads/abschlussbericht07.pdf>.
- [2] F. Embacher, P. Oberhuemer, *mathe online, Eine Galerie multimedialer Lernhilfen für Schule, Fachhochschule, Universität und Selbststudium*, <http://www.mathe-online.at>.
- [3] H. Schichl, R. Steinbauer, *Einführung in das mathematische Arbeiten*, Springer, Heidelberg, 2009.

⁶Die Autoren befürworten die Einrichtung eigenständiger Lehrveranstaltungen für das Lehramt ab dem ersten Semester, um von Beginn an inhaltliche und didaktische Akzentsetzungen (siehe etwa [1]) zur Qualitätssteigerung der LehrerInnenausbildung zu ermöglichen.