Vorname:
Familienname:
Matrikelnummer:
Studienkennzahl(en):

1	
2	
3	
4	
G	

Note:

Prüfung zu

Gewöhnliche Differentialgleichungen 1

Sommersemester 2005, Roland Steinbauer

1. Termin, 30.6.2005

1. *Begriffsbestimmungen*

   (a) Definiere (*genau!*) den Begriff einer expliziten gewöhnlichen Differentialgleichung sowie ihrer Lösung und ihrer Ordnung. Ebenso die Begriffe autonome und lineare gewöhnlichen Differentialgleichung. (5 Punkte)

   (b) Klassifiziere folgende (Systeme von) gewöhnliche(n) Differentialgleichungen. (3 Punkte)

      (i) $x'(t) = x(t)^2 + t^2 x''(t)$,

      (ii) $m\ddot{y}(t) + b\dot{y}(t) + ky(t) = 0 \quad (m, b, k \in \mathbb{R})$,

      (iii) $\ddot{x}_1(t) = \dot{x}_2(t) + x_1(t)x_2(t),\ \ddot{x}_2(t) = a\dot{x}_1(t) + x_2(t) \quad (a \in \mathbb{R})$

   (c) Schreibe (ii) und (iii) jeweils in ein System 1. Ordnung um. (4 Punkte)

2. *Existenztheorie*

   (a) Formuliere den Existenz- und Eindeutigkeitssatz von Picard-Lindelöf. (5 Punkte)

   (b) Gib ein Beispiel (inkl. Diskussion) (je 2 Punkte)

      (i) bei dem die Voraussetzungen des Satzes verletzt sind und die Eindeutigkeit, nicht aber die Existenz scheitert.

      (ii) einer (eindeutig) lösbaren gewöhnlichen Diffentialgleichung mit auf $\mathbb{R}$ glatter (d.h. C^∞) rechter Seite und Lösungen, die nicht auf ganz $\mathbb{R}$ definiert sind.

   (c) Unter welchen Bedingungen sind die Lösungen einer ODE global (also auf ganz $\mathbb{R}$) definiert? (3 Punkte)

3. *Explizites Lösen von ODEs*
   Löse folgende (Systeme von) ODEs resp. AWPs. (je 4 Punkte)

   (a) $\dot{x} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} x$

   (b) $x'(t) = 4x + t$

   (c) $\dfrac{dy(t)}{dt} = 1 + y^2,\ y(0) = 0.$

4. *Abhängigkeitssätze*

   (a) Was wird unter dem Begriff „well-posed" verstanden und was ist seine Bedeutung in Anwendungssituationen? (3 Punkte)

   (b) Formuliere den (resp. einen) Satz über die stetige Abhängigkeit der Lösung einer ODE von den Anfangswerten. Was ist wichtigstes Beweiswerkzeug? (4 Punkte)

   (c) Formuliere und beweise das Lemma von Gronwall. (5 Punkte)