NAME:		MAT.NR.	

Prüfung zu

Schulmathematik Analysis

Wintersemester 2020/21
1. Termin, 9.2.2021
GRUPPE B

Sonja Kramer, Roland Steinbauer

Teil 2: Offene Aufgaben

Die vorliegende Prüfung ist als „Open book exam” konzipiert, d.h. Sie sind explizit dazu eingeladen ihre Vorlesungsnotizen und vor allem das Skriptum zu verwenden. Einige der Aufgaben beziehen sich direkt auf die Notation im Skriptum!

Beim offenen Teil der Prüfung können Sie, wie schon beim Multiple Coice-Teil, maximal 18 Punkte erreichen. Die genauen Punktezahlen sind bei den jeweiligen Teilaufgaben angegeben.

Viel Erfolg!

Bitte nicht ausfüllen!

MC	1	2	3	OT	$\sum$	Note
(18)	(3)	(8)	(7)	(18)	(36)	

1 Aufgaben zu Fachbegriffen der Analysis

1. *Geometrische Deutung des Heron Verfahren.*
   Wir behandeln das Heron Verfahren zur näherungsweisen Berechnung von $\sqrt{6}$.

   (a) Wählen Sie einen geeigneten Startwert x_0, berechnen Sie die ersten zwei Näherungswerte und veranschaulichen Sie die ersten drei Werte der Näherungsfolge x_0, x_1, x_2 graphisch mit Hilfe von Rechtecksflächen. (2 Pkte)

   (b) Wie kann man anhand der graphischen Darstellung sehen, dass sich die Folge der Näherungswerte tatsächlich $\sqrt{6}$ annähert. (1 Pkt)

2 Aufgaben zur Fachdidaktischen Reflexion

1. *Aspekte und Grundvorstellungen zum Folgenbegriff.*
   Im Schulbuch Elemente der Mathematik 6 (R. Geretschläger et al.; Dorner Verlag, 1. Auflage, 2005) sind Folgen wie folgt definiert:

   > **Definition 1**
   >
   > Eine Funktion mit der Menge $\mathbb{N}^*$ der natürlichen Zahlen ohne 0 als Definitionsbereich heißt **Folge**. Die Funktionswerte bei Zahlenfolgen sind meist reelle Zahlen.
   >
   > Die einzelnen Funktionswerte heißen die **Glieder der Folge**.
   >
   > Eine Folge notiert man häufig so: a_1; a_2; a_3; a_4; ...
   >
   > Für jedes $n \in \mathbb{N}^*$ ist a_n das der Zahl n zugeordnete Element.
   >
   > n heißt die **Platznummer** des Folgegliedes a_n. Zuordnungsvorschrift: $n \mapsto a_n$
   >
   > Um eine Folge von ihrem Glied a_n zu unterscheiden, bezeichnet man sie mit $\langle a_n \rangle$.

   (a) Diskutieren Sie, auf welche Aspekte des Folgenbegriffs hier der Fokus gelegt wird. (2 Pkte)

   (b) Erläutern Sie, welche Grundvorstellungen zum Folgenbegriff sich auf Basis dieser Definition leichter bzw. schwerer aufbauen lassen. (2 Pkte)

2. *Differenzierbarkeit — Ableitung.*
   L. Cauchy macht in seiner Vorlesung über die „Differenzialrechnung“ im Jahr 1815 bereits auf eine zentrale Verständnisschwierigkeit aufmerksam:

   Der Differenzenquotient
   $$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$
   kann durchaus gegen eine „Grenze“ streben, wenn der Zuwachs h gegen null geht, und dies angesichts der Tatsache, dass Zähler und Nenner gegen null gehen.

Erläutern Sie, warum es sich bei der „0/0”-Problematik aus (fach)mathematischer Sicht um ein Scheinproblem handelt. Skizzieren Sie, wie im Rahmen eines fachdidaktisch hochwertigen Zugangs diese Problematik im Unterricht aufgegriffen bzw. umschifft werden kann. (4 Pkte)

3 Aufgaben zur Unterrichtspaxis

1. *Überprüfung Stetigkeit.*
   Ein Lehrer stellt seinen Schüler*innen (7. Klasse AHS) bei einer Überprüfung die folgende Aufgabe:

   Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -\dfrac{x}{x-1}$

   (I) Bestimme den Definitionsbereich der Funktion. (2P)

   (II) Gib an, ob diese Funktion (global) stetig ist. Begründe deine Angabe. (2P)

   Eine Schülerin gibt die folgende Bearbeitung ab:

   $$f(x) = -\frac{x}{x-1}$$

   I. $D = [3;5]$

   II. Die Funktion ist stetig auf D, weil man den Graphen ohne Absetzen durchzeichnen kann.

   Kommentieren Sie die Angabe und die Schülerinnenantwort. Wie viele Punkte würden Sie hier vergeben. Begründen Sie! (3 Pkte)

2. *Prinzip der Variation und Prinzip des Kontrasts.*
Betrachten Sie die folgende Aufgabenstellung:

> Gegeben sind die (reellen) Funktionen
>
> $$f_1(x) = 2x,\ f_2(x) = \sin(x),\ f_3(x) = \ln(x),\ f_4(x) = e^x\,.$$
>
> sowie die (reellen) Funktionen
>
> $$h_1(x) = \sin(2x),\ h_2(x) = e^{2x},\ h_3(x) = \ln(2x),\ h_4(x) = 2x\ln(x)\,.$$
>
> (I) Schreibe die Funktionen h_1, h_2, h_3 und h_4 als „Zusammensetzungen" der „Baustein-Funktionen" f_1, f_2, f_3 und f_4.
>
> (II) Leite die Funktionen f_1, f_2, f_3, f_4 und die Funktionen h_1, h_2, h_3, h_4 ab.
>
> (III) Für welche der Ableitungen von h_1, h_2, h_3 und h_4 verwendest du die Kettenregel? Begründe.

Diese Aufgabenstellung erarbeitet das Anwenden der Kettenregel nach dem Prinzip des Kontrasts.

(a) Erläutern Sie anhand der angeführten Aufgabenstellung das Prinzip des Kontrasts. (2 Pkte)

(b) Formulieren Sie eine entsprechende Aufgabenstellung, die das Anwenden der Quotientenregel nach dem Prinzip der Variation erarbeitet. (2 Pkte)