NAME:		MAT.NR.	

Prüfung zu

Schulmathematik Analysis

Wintersemester 2020/21
4. Termin, 27.9.2021
GRUPPE A

Sonja Kramer, Roland Steinbauer

Teil 2: Offene Aufgaben

Die vorliegende Prüfung ist als „Open book exam” konzipiert, d.h. Sie sind explizit dazu eingeladen ihre Vorlesungsnotizen und vor allem das Skriptum zu verwenden. Einige der Aufgaben beziehen sich direkt auf die Notation im Skriptum!

Beim offenen Teil der Prüfung können Sie, wie schon beim Multiple Choice-Teil, maximal 18 Punkte erreichen. Die genauen Punktezahlen sind bei den jeweiligen Teilaufgaben angegeben.

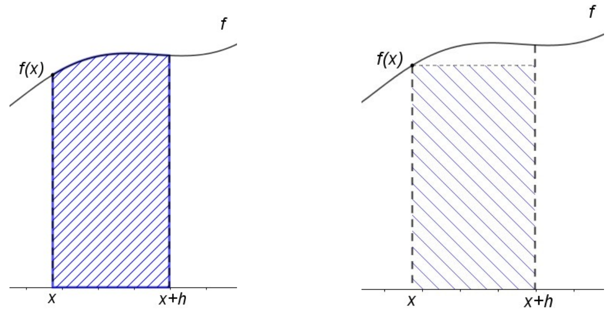
Viel Erfolg!

Bitte nicht ausfüllen!

MC	1	2	3	OT	$\sum$	Note
(18)	(4)	(6)	(8)	(18)	(36)	

I Aufgaben zu Fachbegriffen der Analysis

1. *Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung.*
   Die unten skizzierte Überlegung ist zentral in der Beweisführung des 1. Teils des Hauptsatzes der Differenzial- und Integralrechnung:

   Die Fläche unter dem Graphen der Funktion f zwischen x und $x + h$ entspricht für kleine h näherungsweise der Fläche des Rechtecks mit Breite h und Länge $f(x)$.

   Bearbeiten Sie nun die folgenden Aufgabenstellungen:

   (a) Formulieren Sie die graphisch dargestellte Näherung in mathematischer Notation. (1 Pkt)

   (b) Geben Sie an, welche Voraussetzungen eine Funktion f mindestens erfüllen muss, um diese Überlegungen exakt machen zu können. (1 Pkt)

   (c) Skizzieren Sie den Beweis des 1. Teils des Hauptsatzes der Differenzial- und Integralrechnung. Erläutern Sie dabei die Relevanz obiger Überlegung für den Beweis. (2 Pkte)

II Aufgaben zur Fachdidaktischen Reflexion

2. *Supremum.*
   Eine Definition des Supremums einer Teilmenge M der reellen Zahlen $\mathbb{R}$ lautet:

   Eine Zahl $s \in \mathbb{R}$ heißt *Supremum* von $M \subseteq \mathbb{R}$ und wir schreiben $s = \sup M$, falls
   (i) s obere Schranke von M ist (d.h. $s \geq x \quad \forall x \in M$), und
   (ii) keine reelle Zahl $r < s$ obere Schranke von M ist.

   Bearbeiten Sie die folgenden Aufgabenstellungen:

   (a) Geben Sie eine möglichst anschauliche Erklärung, was $\sup(M)$ ist. (1 Pkt)

(b) Kommentieren Sie die folgende Aussage und belegen Sie diese mit Beispielen: (2 Pkte)

> „Das Supremum einer nach oben beschränkten Menge $M \subseteq R$ ist ein immer verfügbarer Ersatz für das oft fehlende Maximum."

3. *Graph einer Funktion*
Von einer Funktion f kennt man den Graph $G(f) = \{(x, (-x)^x) \mid x \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\} \subseteq \mathbb{R}^2$.

   (a) Geben Sie vier konkrete Elemente des Graphen von f an. (1 Pkt)

   (b) Welcher Aspket des Funktionsbegriffs wird hier in welcher Weise vorrangig angesprochen. (1 Pkt)

   (c) Geben Sie Definitionsmenge und Funktionsgleichung von f an. (1 Pkt)

III Aufgaben zur Unterrichtspaxis

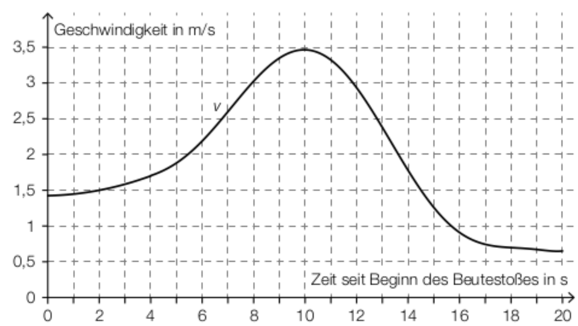
4. *Grundvorstellungen zum Integralbegriff.*
Die nachstehende Aufgabe stammt aus der standardisierten schriftlichen Diplom- und Reifeprüfung (BHS) vom 5. Mai 2020. (`https://www.matura.gv.at/fileadmin/user_upload/downloads/Matura-2019-20/AM/PT1/KL20_PT1_HTL_AMT_AB_H1_AU_01.pdf`)

Fressverhalten von Furchenwalen

Bei einem Beutestoß nehmen Furchenwale mit weit geöffnetem Maul eine große Menge Meerwasser und die darin enthaltene Beute auf. Forscher/innen beobachteten dieses Fressverhalten. Sie ermittelten mithilfe von Sensoren die Geschwindigkeit des Furchenwals bei einem Beutestoß, die Größe der Maulöffnung und das gesamte Wasservolumen, das dabei aufgenommen wird.

Datenquelle: Goldbogen, Jeremy A.: Schwieriger Krillfang der Wale. In: *Spektrum der Wissenschaft* November 2010, S. 60–67.

a) Die Geschwindigkeit eines Furchenwals bei einem Beutestoß, der insgesamt 20 s dauert, kann näherungsweise durch die Funktion v beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



1) Schätzen Sie die Länge s desjenigen Weges ab, der bei diesem Beutestoß zurückgelegt wird.

$s \approx$ ____________________ m *[1 Punkt]*

Bearbeiten Sie jetzt die folgenden Aufgabenstellungen:

(a) Beschreiben Sie zwei mögliche Vorgehensweisen, diese Aufgabe zu lösen. (2 Pkte)

(b) Geben Sie an, auf welchen Grundvorstellungen zum Integralbegriff Ihre vorgeschlagenen Vorgehensweisen beruhen. Begründen Sie! (2 Pkte)

(c) Wählen Sie zwei Grundvorstellungen zum Integralbegriff aus und entwerfen Sie je eine Übungsaufgabe für den Unterricht (8. Klasse AHS), die spezifisch die Ausbildung der jeweiligen Grundvorstellung fördert. (4 Pkte)