

# SPHÄRISCHE GEOMETRIE

## SPHÄRE:

Die Sphäre  $S_R^2$  mit Radius R ist die Menge aller Punkte  $(x,y,z)$  im dreidimensionalen Raum, die die Gleichung  $x^2+y^2+z^2 = R^2$  erfüllen.

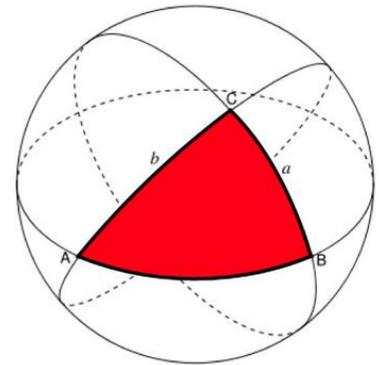
## GROSSKREIS:

Ein Großkreis ist die Schnittmenge einer Kugel mit einer Ebene durch den Mittelpunkt dieser Kugel (z.B.: Äquator oder Längengreis).

## PROPOSITION:

Die Fläche eines Dreiecks  $\Delta ABC$  auf einer Sphäre mit Radius R und den Innenwinkeln  $\alpha, \beta$  und  $\gamma$  ist gegeben durch:

$$A(\Delta ABC) = R^2 * (\alpha + \beta + \gamma - \pi)$$



## THEOREM: DER SPHÄRISCHE PYTHAGORAS

Gegeben sei ein rechtwinkliges Dreieck  $\Delta ABC$  auf einer Sphäre mit Radius R, einem rechten Winkel im Punkt C und den Seitenlängen a,b,c. Dann gilt:

$$\cos \frac{c}{R} = \cos \frac{a}{R} * \cos \frac{b}{R}.$$

## THEOREM: DER SPHÄRISCHE SINUSSATZ:

Gegeben sei ein Dreieck  $\Delta ABC$  auf einer Sphäre mit Radius R, den Seitenlängen a,b,c im Bogenmaß und den Innenwinkeln  $\sphericalangle A, \sphericalangle B$  und  $\sphericalangle C$ . Dann gilt:

$$\frac{\sin(\frac{a}{R})}{\sin \sphericalangle A} = \frac{\sin(\frac{b}{R})}{\sin \sphericalangle B} = \frac{\sin(\frac{c}{R})}{\sin \sphericalangle C}$$

	<b>Euklidische Geometrie</b>	<b>Sphärische Geometrie</b>
2 verschiedene Punkte definieren genau...	...eine Gerade.	...einen Großkreis.
Kürzester Abstand zwischen 2 Punkten	Gerade	Großkreis
Winkelsumme im Dreieck	=180°	>180°
Ähnliche Dreiecke	nicht zwingend kongruent.	IMMER auch kongruent.
Pythagoras	✓	✓
Winkel-/Seitensätze	aus 3 gegebenen (AUSSER WWW) lässt sich ein Dreieck eindeutig bestimmen	aus 3 gegebenen (EGAL welcher Art) lässt sich ein Dreieck eindeutig bestimmen
Fläche eines Dreiecks	Wird durch 3 Geraden begrenzt	Wird durch 3 Großkreise begrenzt
Zweieck	X	✓