

NAME:		MAT.NR.	
--------------	--	----------------	--

Prüfung zu

Schulmathematik Analysis

Wintersemester 2020/21

2. Termin, 29.3.2021

GRUPPE A

Sonja Kramer, Roland Steinbauer

Teil 2: Offene Aufgaben

Die vorliegende Prüfung ist als „Open book exam“ konzipiert, d.h. Sie sind explizit dazu eingeladen ihre Vorlesungsnotizen und vor allem das Skriptum zu verwenden. Einige der Aufgaben beziehen sich direkt auf die Notation im Skriptum!

Beim offenen Teil der Prüfung können Sie, wie schon beim Multiple Coice-Teil, maximal 18 Punkte erreichen. Die genauen Punktezahlen sind bei den jeweiligen Teilaufgaben angegeben.

Viel Erfolg!

Bitte nicht ausfüllen!

MC	1	2	3	OT	Σ	Note
(18)	(5)	(6)	(7)	(18)	(36)	

I Aufgaben zu Fachbegriffen der Analysis

1. Folgen & Reihen.

Die Folge (x_n) ist gegeben durch die explizite Darstellung

$$x_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n - 2, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

- (a) Leiten Sie eine rekursive Darstellung der Folge (x_n) her. (2 Pkte)
- (b) Ist die Folge (x_n) beschränkt? Argumentieren Sie und geben Sie, falls existent, Infimum und Supremum an. (2 Pkte)
- (c) Die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$ divergiert. Argumentieren Sie, warum das so ist. (1 Pkt)

II Aufgaben zur Fachdidaktischen Reflexion

2. Die Grenzwertdefinition.

Betrachten Sie die Grenzwertdefinition für Folgen:

Eine Zahl a heißt *Grenzwert* der reellen Folge (x_n) , falls gilt

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists n_0 \in \mathbb{N} : \quad \forall n \geq n_0 : \quad |x_n - a| < \varepsilon.$$

- (a) Diskutieren Sie, inwiefern es sich dabei um eine *statische* Formulierung handelt. (2 Pkte)
- (b) Welche der drei (normativen) Grundvorstellungen zum Grenzwertbegriff steht/stehen hier im Vordergrund und welche nicht. (2 Pkte)
- (c) Geben Sie eine gute Formulierung für die Grenzwertdefinition an, die auf der Annäherungsvorstellung beruht. (2 Pkte)

III Aufgaben zur Unterrichtspaxis

3. Momentangeschwindigkeit.

In einer Unterrichtsstunde diskutiert die Lehrkraft mit ihren Schüler*innen über den Begriff der Momentangeschwindigkeit. Tim meldet sich zu Wort und sagt:

„Wenn ich einen fliegenden Ball betrachte und ein Foto von ihm mache, dann steht der Ball im Moment des Betrachtens ja sozusagen still. Ein Moment hat doch die Zeit-Dauer Null, sodass in diesem Moment keine Veränderung des Ortes stattfindet. Wenn das nun für jeden Moment gilt, dann kann sich der Ball niemals weiterbewegen, obwohl ich sehe, dass er fliegt. Das versteh' ich nicht.“

Formulieren Sie eine lernförderliche Antwort *explizit an Tim*, in der Sie auch eine präzise und kurze Erklärung des Begriffs der Momentangeschwindigkeit angeben. (4 Pkte)

4. *Stetigkeit am Pol?*

Betrachten Sie den folgenden Eintrag aus einem Mathematik-Forum im Netz:

Jason Jim Joost vor 3 Jahren (bearbeitet):

Guten Abend, habe mal eine kurze Frage zu der Funktion $1/x$. Und zwar wird im Video behauptet, dass die Funktion stetig sei, da die 0 aus dem Def.-bereich ausgeschlossen wird. Aber die Funktion ist doch trotzdem "nicht stetig", da der rechtsseitige $\lim x$ gegen 0 unendlich ist und der linksseitige $\lim x$ gegen 0 $-\infty$, und die beiden Grenzwerte somit nicht übereinstimmen!?!

Klären Sie den Sachverhalt fachlich. (3 Pkte)