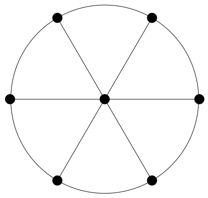
52. Zeige: Das chromatische Polynom für einen Kreis mit n Knoten ist $(k-1)^n + (-1)^n(k-1)$.

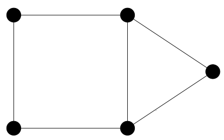
53. Der Knoten v sei mit allen anderen Knoten des Graphen G verbunden. Zeige, dass für das chromatische Polynom gilt:

$$\chi(G,k) = k \cdot \chi(G \setminus v, k-1)$$

54. Benutze die beiden vorhergehenden Beispiele, um das chromatische Polynom eines Rades mit n Speichen zu bestimmen (im Bild $n = 6$).



55. Was ist die Anzahl der Kantenfärbungen des folgenden Graphen mit k Farben?



56. Eine Listenfärbung eines Graphen G ist eine Knotenfärbung, die in jedem Knoten v eine Farbe aus einer vorgegebenen Liste S_v verwendet. Die listenchromatische Zahl $ch(G)$ ist die kleinste Zahl k, sodass für alle Listen mit $|S_v| = k,\ \forall v$ eine Knotenfärbung existiert.

(a) Zeige: $ch(G) \geq \chi(G)$.

(b) Finde einen Graphen mit $ch(G) > \chi(G)$.

57. Zeige: Für $k \geq 2$ besitzt der k–dimensionale Würfel ein perfektes Matching.

58. Wieviele verschiedene perfekte Matchings besitzen K_{2n} und $K_{n,n}$?

59. Gibt es für jedes $k > 1$ einen k–regulären Graphen ohne perfektes Matching?

60. (a) Zeige: Die Kantenmengen von K_{2n} und $K_{n,n}$ lassen sich als disjunkte Vereinigung von perfekten Matchings darstellen.

(b) Geht das auch für den Petersengraph?