62. Berechne 17^{-1} im Restklassenring $\mathbb{Z}(128)$.

63. Finde alle x mit $x^2 + 1 \equiv 0(85)$.

64. (a) Zeige: Die Restklassen modulo $x^2 + 1$ bilden einen Körper in $\mathbb{R}[x]$.
Was ist das Inverse von $3 + 2x$?

(b) Zeige: Die Restklassen modulo $x^2 + x + 1$ bilden einen Körper in $\mathbb{R}[x]$.
Was ist das Inverse von $x + 1$?

65. Es seien f und g zwei multiplikative zahlentheoretische Funktionen. Zeige, dass die Faltung $f * g$ wieder multiplikativ ist.
Gilt derselbe Satz auch, wenn man multiplikativ durch stark multiplikativ ersetzt?

66. Zeige, dass $\tau(n)$, die Anzahl der positiven Teiler von n, multiplikativ ist.

67. Berechne die Anzahl und die Summe der Teiler von $63 + 9i$ in $\mathbb{Z}[i]$.

68. Zeige: Eine zyklische Gruppe ist stets kommutativ.

69. Es gilt $\varphi(5) = \varphi(8) = \varphi(10) = \varphi(15) = 4$. Daher sind die primen Restklassengruppen $\mathbb{Z}(5)^*$,$\mathbb{Z}(8)^*$, $\mathbb{Z}(10)^*$, $\mathbb{Z}(15)^*$ gleich groß.

Bestimme jeweils die Erzeuger und überprüfe, welche davon zyklisch sind und welche zueinander isomorph sind.

70. Finde Primitivwurzeln für $p = 7, 13$ und 31.

71. Bestimme die Ordnung von $x = 2, 3, 4, 5$ modulo $p = 13$.

72. Löse die Kongruenz $x^5 \equiv 3(91)$.

73. Wieviele verschiedene Primitivwurzeln gibt es modulo 31?

74. Finde alle x mit $x^3 - 8x^2 + 1 \equiv 0(2^4 \cdot 3)$.

75. Für welche a sind die folgenden Kongruenzen lösbar?

(a) $x^2 \equiv a(11)$ (b) $x^2 \equiv a(13)$

(c) $x^3 \equiv a(11)$ (d) $x^3 \equiv a(13)$

76. Für *wieviele* a mit $0 \leq a < p$ ist die Gleichung $x^3 \equiv a(p)$ lösbar?