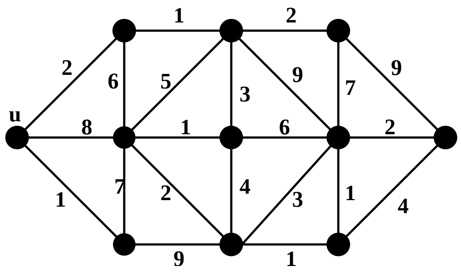
**13.** Finde im folgenden Graphen kürzeste Wege vom Knoten $u$ zu allen anderen Knoten.




**14.** Der Durchmesser eines Graphen $G$ ist der größte Abstand zwischen zwei Knoten von $G$.
Zeige: Wenn der Durchmesser von $G$ größer als drei ist, dann ist der Durchmesser von $G^c$ kleiner als drei.

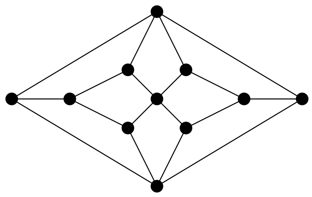
**15.** Es sei $G$ ein Graph mit der Knotenmenge $\{1, 2, \dots, n\}$. Es sei die Adjazenzmatrix $A$ die $n \times n$–Matrix mit den Einträgen $A_{ij} = 1$, falls die Knoten $i$ und $j$ verbunden sind, und $A_{ij} = 0$ sonst.
Zeige, dass $(A^k)_{ij}$, der $(i, j)$-te Eintrag in der $k$–ten Potenz der Matrix, die Anzahl der Wege von $i$ nach $j$ der Länge $k$ zählt.

**16.** Zeige: Ein Graph oder sein Komplement sind zusammenhängend.
Können auch beide zusammenhängend sein?

**17.** Beweise: Ein Graph besitzt genau dann einen Kantenzug, der jede Kante genau einmal durchläuft, wenn er zusammenhängend ist und höchstens zwei Knoten ungeraden Grades enthält.

**18.** Zeige: Wenn aus dem Petersengraph ein beliebiger Knoten entfernt wird, besitzt der neue Graph einen Hamiltonschen Kreis.

**19.** Gibt es einen Hamiltonschen Kreis im folgenden Graphen?



**20.** Für welche $m, n$ besitzt der vollständige bipartite Graph $K_{m,n}$ einen Hamiltonschen Kreis?