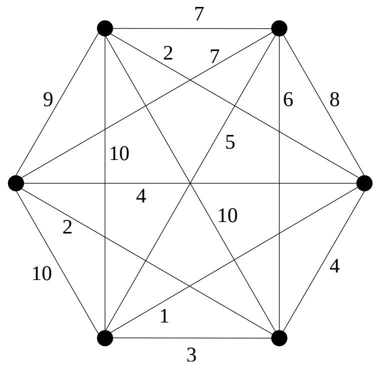
30. Finde einen optimalen spannenden Baum im folgenden Graphen (also mit minimaler Summe der Gewichte). Was ändert sich, wenn das *Produkt* der Gewichte minimiert werden soll?



31. Zeige, dass der Algorithmus von Prim, bei dem in jedem Schritt die kleinste Kante gewählt wird, die mit den bisherigen zusammenhängt und keinen Kreis bildet, immer einen optimalen spannenden Baum liefert.

32. Gilt die Eulersche Polyederformel auch für Multigraphen (mit Mehrfachkanten und/oder Schlingen)?

33. Zeige auf zwei Arten, dass der $K_{3,3}$ nicht planar ist.

34. Lässt sich der $K_{3,3}$ überkreuzungsfrei in den Torus einbetten?

35. Zeige: Für einen zusammenhängenden planaren Graphen mit mindestens drei Knoten gilt: $|E| \leq 3|V| - 6$.
Gilt das auch für Multigraphen? Was passiert, wenn man zusammenhängend weglässt?

36. Zeige: Jeder planare Graph besitzt einen Knoten vom Grad ≤ 5.

37. (a) Zeige, dass für einen selbstdualen Graphen gilt, dass $|E| = 2|V| - 2$.
(b) Finde für jedes $n \geq 4$ einen selbstdualen Graphen mit n Knoten.

38. Kann man im K_6 zwei Kanten streichen, sodass man einen planaren Graphen erhält? Erhält man immer einen planaren Graphen, wenn man drei Kanten streicht?

39. Zeige, dass für $|V| \geq 11$ ein zusammenhängender Graph G und sein Komplement nicht beide planar sein können.