

BEVEZETÉS A TOPOLÓGIÁBA

7. gyakorlat, 2009. március 25.

Vértesi Vera <wera@szit.bme.hu>

<http://www.szit.bme.hu/~wera>

1. $A \cap \bar{B} = \emptyset$ $B \cap \bar{A} = \emptyset$ Igaz-e, hogy ekkor $\partial(A \cup B) = \partial A \cup \partial B$?
2. Ha X T^2 -tér, és $f : X \rightarrow X$ retrakció (azaz $f \circ f = f$), akkor $f(X)$ zárt.
3. Szeparábilis-e, illetve M_2 -e a Sorgenfrey egyenes ($=\mathbb{R}$, az $[a, b)$ intervallumok által generált topológiával.)?
4. $A, B \subset \mathbb{R}$ megszámlálható sűrű. Ekkor létezik $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ homeomorfizmus, hogy $h(A) = B$.
5. Adjunk matematikai értelmet annak az állításnak, hogy $(0, 1)$ minden pontja egyforma.
6. Lássuk be, hogy $S^n \setminus \{s\} \cong \mathbb{R}^n$ és $\mathbb{R}^n \setminus \{o\} \cong S^{n-1} \times \mathbb{R}$.
7. Homeomorf-e \mathbb{R} és \mathbb{R}^2 ?
8. Homeomorf-e S^2 és $S^1 \times S^2$? (Nem kell teljes precízég.)
9. Lehet-e egy teljes metrikus tér homeomorf egy nem teljes metrikus térrel?

Csomóelmélet

10. Legyen K_+ és K_- két csomó, melyek diagrammjai megegyeznek egy kereszteződés kivételével, ahol megcseréltük a két ívet. Bizonyítsd be, hogy $\tau(K_+)$ és $\tau(K_-)$ vagy egyenlőek, vagy valamelyik a másik 3-szorosa!
11. Mutasd meg, hogy $u(K) \geq \log_3 \tau(K) - 1$.
12. Mennyi a kibogozási száma az alábbi csomóknak?