

BEVEZETÉS A TOPOLOGIÁBA

8. gyakorlat, 2009. április 1. <:D

Vértesi Vera <wera@szit.bme.hu>

<http://www.szit.bme.hu/~wera>

1. Bizonyítsd be, hogy \mathbb{R} második kategóriájú, azaz nem áll elő megszámlálhatóan sok sehol sem sűrű halmaz egyesí
2. Bizonyítsd be, hogy \mathbb{Q} nem G_δ , azaz nem áll elő megszámlálhatóan sok nyílt halmaz metszeteként.

Definíció: Legyen l^2 azon valós (a_n) számsorozatok halmaza, melyekre $\sum a_i^2$ konvergens. l^2 -n a következőképpen definiálható metrika

$$\rho((a_n), (b_n)) := \sqrt{\sum_{n=1}^{\infty} (a_i - b_i)^2}$$

3. ρ értelmes metrika l^2 -n.
4. Bizonyítsd be, hogy minden 3 pontú metrikus tér izometrikusan beágyazható a síkba. Igaz-e, hogy minden legfeljebb 4 pontú metrikus tér izometrikusan beágyazható l^2 -be?
5. Igaz-e, hogy T_i terek szorzata is T_i ? (ez 4 feladat, ebből 1 nehezebb)

Definíciók $\mathbb{R}P^2$ -re

1. definíció: \mathbb{R}^3 origón átmenő egyenesének a tere.

2. definíció: $\mathbb{R}^3 - \{0\}/x \sim \lambda x$

3. definíció: $D^2/x \sim -x (x \in \partial D^2)$

4. definíció: $S^2/x \sim -x$

5. definíció: a móbiuszszallag perére ráragasztok egy D^2 -t.

6. Bizonyítsd be, hogy mind az 5 definíció homeomorf tereket ad meg.
7. A fentiek közül mely definíciókat tudod általánosítani más dimenzióra? Ugyanazokat a tereket adják-e más dimenzióban is?
8. Mi $\mathbb{R}P^0$? Hát $\mathbb{R}P^1$?

Csomókonstrukciók

tóruszcsomók, pereccsomók, Whitehead double, szatelit konstrukció, összefüggő összeg

9. Mely (p, q) párokra lesz $T_{p,q}$ csomó? Hány komponensű lánc lesz $T_{p,q}$?