

Nederlandse Samenvatting

van bij het proefschrift

Symmetries in $\mathcal{N} = 4$ Supergravities

D. B. Westra

Dit proefschrift behandelt enkele aspecten van zogeheten vierdimensionale $\mathcal{N} = 4$ supergravitatie theorieën en daarbij wordt de nadruk gelegd op de rol die symmetrieën spelen. In de hieronder volgende tekst zal ik kort proberen uit te leggen wat de hiervoor genoemde zin betekent en kort uitleggen welke onderzoeken in het proefschrift staan beschreven.

De theoretische natuurkunde probeert de natuur om ons heen op een kwantitatieve manier zo correct mogelijk te beschrijven en voorspellingen te doen. Een belangrijk ingrediënt hierbij is wiskunde, de taal voor het doen van berekeningen. Om op een correcte manier een voorspelling te kunnen doen (bijvoorbeeld, voorspellen hoe zwaar een elektron is), is het natuurlijk van belang dat de wiskunde erachter kloppend is; er mogen niet voor een bepaalde grootte twee of meerdere antwoorden zijn, maar ook is het onwenselijk dat het antwoord volledig onzinnig is. Er moet uit de theorie op eenduidige manier één kwantitatief zinvol antwoord volgen. Wiskundige consistentie is dus een belangrijke eis voor natuurkundige theorieën. Voor een leek klinkt het misschien iets als een ver-van-mijn-bed show, want hoe krijg je nu ergens twee antwoorden uit een theorie, of hoe kan een antwoord nou niet zinvol zijn? De natuurkunde heeft in ieder geval de laatste honderd jaar laten zien dat zulke situaties voorkomen. Sommige grootheden bleken verkeerd voorspeld te kunnen worden; uit sommige theorieën volgde namelijk dat het elektron oneindig zwaar zou zijn - hier bleek het probleem vooral daarin te liggen dat de natuurkunde achter de massa van het elektron nog niet correct begrepen was. Wiskundige consistentie is dus niet gegarandeerd, maar moet geverifieerd worden! Dit is de reden waarom binnen de theoretische natuurkunde en dus ook in dit proefschrift veel aandacht aan de wiskunde wordt besteed.

De theoretische natuurkunde is de afgelopen honderd jaar in een stroomversnelling terecht gekomen. Einstein ontwikkelde de theorieën van speciale en algemene relativiteitstheorie in het begin van de twintigste eeuw. Met deze theorieën werd onze huidige visie op ruimte en tijd bepaald; ruimte en tijd waren niet langer statische altijd aanwezige entiteiten, maar werden dynamische objecten, die konden veranderen volgens nauwkeurig beschreven regels. Ook werd in de twintigste eeuw de quantummechanica ontwikkeld, die fundamenteel nieuwe inzichten opleverde over de kleinste bouwstenen van de natuur, de elementaire deeltjes, zoals het elektron. Na de ontwikkeling van de quantumveldentheorie,

die gezien kan worden als een huwelijk tussen speciale relativiteitstheorie en quantummechanica, was het mogelijk om het Standaardmodel te formuleren.

Het Standaardmodel beschrijft eigenschappen van de elementaire deeltjes en de wisselwerkingen tussen de elementaire deeltjes en is een hoeksteen geworden in de hedendaagse natuurkunde. Volgens het model zijn er twee typen deeltjes, bosonen en fermionen, en deze twee typen hebben duidelijk verschillende eigenschappen. De voorspellingen van het Standaardmodel werden in de beginjaren geplaagd door (wiskundige en natuurkundige) inconsistenties, maar deze konden uiteindelijk worden opgelost¹ en de kwantitatieve antwoorden behoren tot de waarden die het meest nauwkeurig experimenteel zijn geverifieerd binnen de gehele natuurwetenschappen.

Met de komst van het Standaardmodel is de natuurkunde nog niet af. Om maar eens één van de grootste tekortkomingen te noemen, het model bevat niet de zwaartekracht, de kracht die ons aan de aarde vastbindt. Om de zwaartekracht in te bouwen in het Standaardmodel blijkt geen gemakkelijke opgave te zijn. Vele natuurkundigen denken dan ook dat er fundamenteel nieuwe ideeën nodig zijn om een theorie te maken die zowel dezelfde voorspellingen kan doen als het Standaardmodel alsmede de zwaartekracht bevatten. Een kanshebber om zo'n nieuw idee te zijn is de snarentheorie. De snarentheorie heeft als aanname dat de fundamentele deeltjes niet een punt zijn, maar een dimensie hebben; de fundamentele deeltjes worden voorgesteld als kleine één-dimensionale objecten, de snaren. Het blijkt dat de snarentheorie op een natuurlijke wijze zwaartekracht bevat. Een bijzondere eigenschap van snarentheorie is dat er alleen wiskundige consistentie is als de theorie leeft in tien dimensies. Dit klinkt misschien eerst als een reden om de theorie meteen af te keuren, maar er zijn manieren om zes dimensies 'weg te moffelen', zodat er effectief vier over blijven, drie ruimtelijke en een tijdsachtige (zie ook hieronder en hoofdstuk 3 van dit proefschrift). Er blijken vijf verschillende manieren te zijn om snarentheorie consistent te formuleren in tien dimensies. Deze ontdekking wierp eerst een smet op het ambitieuze plan om een 'theorie van alles' te vinden, want een theorie van alles zou toch uniek moeten zijn? Echter, in de jaren negentig van de afgelopen eeuw werd duidelijk dat de vijf verschillende snarentheorieën via dualiteiten waren verbonden.

Een praktisch nadeel van de snarentheorie is dat het doen van berekeningen erg lastig is. De complexiteit is zo groot dat veel moeilijke wiskunde nodig is voor zelfs de kleinste berekeningen. Echter door een lage-energie limiet te nemen kun je een theorie bouwen die dan niet meer de echte snarentheorie is, maar wel een goede benadering onder bepaalde omstandigheden, namelijk bij energieën die laag genoeg zijn. In deze benaderingen is het gemakkelijker om berekeningen te doen. Na het nemen van deze lage-energie limiet vind je als resultaat een supergravitatie theorie. Een supergravitatie theorie is een klassieke veldentheorie die zowel zwaartekracht bevat als supersymmetrie. De laatstgenoemde eigenschap, de supersymmetrie, zegt dat er een symmetrie is in de theorie die fermionen en bosonen in elkaar overvoert. De eis dat een

¹De Nederlanders Gerard 't Hooft en Martinus Veltman hebben hieraan bijgedragen en ontvingen hiervoor in 1999 de Nobelprijs.

theorie zwaartekracht en supersymmetrie bevat blijkt restrictief te zijn. In tien dimensies zijn vijf verschillende consistente supergravitatie theorieën (ik reken hier Romans type IIA supergravitatie niet mee omdat deze ‘massief’ is; zie hoofdstuk 2), precies in overeenkomst met de vijf consistente snarentheorieën.

Door deze tiendimensionale supergravitatie theorieën te zetten op een geometrie $X_4 \times Y_6$, waarbij Y_6 een zesdimensionale compacte ruimte is en X_4 een nog nader te bepalen vierdimensionale ruimte, die de rol moet gaan spelen van onze vierdimensionale ruimtetijd, verkrijgt men vierdimensionale theorieën. Deze constructie heet dimensionale reductie en hoofdstuk 3 van dit proefschrift is gewijd aan deze constructie. Men kan ook direkt in vier dimensies beginnen met het construeren van een theorie die zwaartekracht en supersymmetrie bevat. Op deze manier zijn er twee verschillende manieren om vierdimensionale supergravitatie theorieën te verkrijgen en het lijkt natuurlijk te veronderstellen dat er een één-op-één relatie zou moeten zijn tussen deze twee constructies. Echter, de theorieën die in vier dimensies zijn geconstrueerd bevatten enkele eigenschappen die nog niet zijn begrepen vanuit een tiendimensionaal oogpunt, zoals de zogenaamde $SU(1, 1)$ -hoeken.

De eis van supersymmetrie bepaalt veel eigenschappen van een theorie; de structuur ligt grotendeels vast. Des te meer supersymmetrie - de hoeveelheid wordt uitgedrukt in een positief geheel getal \mathcal{N} ; in vier dimensies $0 \leq \mathcal{N} \leq 8$ -, des te minder vrijheden er zijn in de theorie. Supersymmetrie legt ook andere symmetrieën op aan een theorie. Door deze symmetrieën goed te begrijpen kunnen veel eigenschappen van een supergravitatie theorie begrepen worden.

Het begrip symmetrie wordt vaak intuïtief goed begrepen; als we een cirkel om zijn middelpunt draaien ziet de cirkel er nog steeds hetzelfde uit en als we een vierkant spiegelen om een van zijn diagonalen ziet het vierkant er hetzelfde uit. De symmetrie beschreven voor de cirkel is een voorbeeld van een continue symmetrie, de hoek waarover men roteert, kan op een continue wijze gevarieerd worden. De symmetrie beschreven voor het vierkant is een voorbeeld van een discrete symmetrie, er kan niet een beetje gespiegeld worden, of men spiegelt wel, of niet. De wiskunde om symmetrieën te beschrijven heet groepentheorie en hierin maakt men onderscheid tussen discrete groepen, die discrete symmetrieën beschrijven, en Lie groepen, die continue symmetrieën begrijpen. In dit proefschrift ligt de nadruk op de continue symmetrieën en derhalve is een gedetailleerde appendix toegevoegd over de theorie van Lie groepen.

In dit proefschrift wordt groepentheorie vooral gebruikt om de scalaire sector van $\mathcal{N} = 4$ supergravitatie theorieën te analyseren. De scalaren in een theorie bepalen in grote mate wat voor soort ‘vacua’ de theorie heeft. Een vacuüm van een theorie is een oplossing van een theorie voor lege ruimte zonder materie erin. Men zou dus kunnen zeggen dat in dit proefschrift voornamelijk lege ruimte is onderzocht. In een eerste lezing lijkt dat niet zo interessant, maar lege ruimte is overal om ons heen; het heelal is voornamelijk leeg, maar ook het menselijk lichaam bestaat voornamelijk uit lege ruimte - de afstand tussen het elektron en het proton in het waterstof-atoom is erg veel groter dan de doorsnede van het elektron of proton. Lege ruimte kan namelijk door de aanwezigheid van de

scalairen² en de daarmee geassocieerde energie gekromd zijn. De kromming van de lege ruimte in het heelal bepaalt hoe snel het heelal uitdijt.

Het merendeel van de astronomische waarnemingen doet ons concluderen dat het heelal een begin heeft gehad waarin de kromming van de ruimte erg sterk, de temperatuur erg hoog en de dichtheid erg hoog was. In deze periode dijde het heelal hard uit, als bij een explosie. Dit hete en knallende begin wordt ook wel de Big Bang genoemd. Na deze periode koelde het heelal af en dijde het uit en na verloop van tijd werden er sterrenstelsel en planeten gevormd. Men zou verwachten dat het heelal steeds langzamer zou gaan expanderen, maar recente astronomische waarnemingen tonen aan dat dat niet het geval is. Ten eerste, om in overeenstemming te zijn met waarnemingen moet er na de Big Bang nog ergens een periode zijn geweest waarin het heelal versneld uitdijde en ten tweede, het heelal blijkt nu alweer te versnellen. Deze versnelde expansie, ook wel inflatie genoemd, van het heelal kan men onder andere verklaren door te veronderstellen dat er scalairen zijn die bijdragen aan de totale energie in het heelal. Zodoende kunnen scalairen de uitdijning aandrijven. Nu geeft het Standaardmodel weinig kandidaten voor de scalairen die de versnelde uitdijning kunnen aandrijven, maar snarentheorie voorspelt een plethora aan scalairen. Dit is één van de motivaties geweest om de scalairen van $\mathcal{N} = 4$ supergravitatie en de scalar potentiaal te onderzoeken.

Een versnelde uitdijning van het heelal is mogelijk in $\mathcal{N} = 4$ supergravitatie als de scalairen in een minimum van de potentiaal zitten waar de waarde van de potentiaal positief is. Zo'n vacuüm oplossing heet dan een de Sitter vacuüm. Binnen een grote klasse van mogelijke scalar potentialen in $\mathcal{N} = 4$ supergravitatie hebben we gezocht naar de Sitter vacua en hebben er geen gevonden. Hoewel dit het een en ander uitsluit, is het niet mogelijk om te beweren dat $\mathcal{N} = 4$ supergravitatie geen de Sitter oplossingen toestaat. In artikel [E] hebben we een andere mogelijkheid beschreven om een versneld uitdijend heelal te krijgen binnen $\mathcal{N} = 4$ supergravitaties, namelijk via zogenaamde scaling solutions. We vonden een stabiele scaling solution waarin het heelal noch versneld noch vertraagd uitdijde; bij de gevonden oplossing is de uitdijingsnelheid constant.

Hoewel we geen oplossingen met een versneld uitdijend heelal hebben gevonden, is er wel het een en ander duidelijk geworden over de structuur van de scalar potentialen in $\mathcal{N} = 4$ supergravitaties. Natuurlijk zijn er nog vele vragen over; $\mathcal{N} = 4$ supergravitaties bieden nog voldoende mogelijkheden voor toekomstig onderzoek.

Middels bovenstaande tekst hoop ik te hebben uitgelegd dat het gebruik maken van de symmetrieën van een theorie er veel aspecten kunnen worden begrepen. In dit proefschrift is de theorie die onder de loep is genomen vierdimensionale $\mathcal{N} = 4$ supergravitatie. Ik heb ook geprobeerd in het kort een indruk te geven waar de symmetrieën, en dus de groepentheorie, gebruikt is. Hiermee hoop ik dan in ieder geval de titel van dit proefschrift te hebben uitgelegd.

²Van scalairen kun je geen sterren of planeten bouwen en worden daarom soms niet tot materie gerekend, daarom noemt men lege ruimte waarin scalairen zitten nog steeds leeg.