

Planungsblatt Mathematik für die 5A

Datum: 17.03 - 21.03

Stoff

Wichtig !!! Nach dieser Woche verstehst du:

- (a) quadratische Funktionen: Schularbeit
- (b) allgemeine Funktionen: Grafiken, Notation, Zuordnung, Mengen für Anfänger, Definitionsmenge, Wertemenge

Schulübungen.

- (a) Besprechung der HÜ – siehe unten!
- (b) Dienstag: (i) HÜ-Bespr. (ii) Intervallübungen – siehe unten, (iii) Besprechung von 7.32, 7.36, 7.43, 7.45(a). (iv) Funktionen mit Funktionsgleichung $f(x) = x^2$ und Funktionen ohne Funktionsgleichung: $g(x) = 1$, wenn $x \in Q$ und $g(x) = 0$, wenn $x \notin Q$. Implizite Darstellung $y + x = 1$, oder explizit: $y = 1 - x$.
- (c) Donnerstag: (i) HÜ-Bespr., (ii) 7.46(b), 7.47(c), 7.58, 7.59(1)(3), 7.61, 7.64, (iii) Nimm ein Blatt Papier; studiere in 5 Minuten die Aufgaben, die wir bis jetzt behandelt haben, und erstelle selbst eine Aufgabe, löse sie, und gib mir den Zettel ab!
- (d) Freitag: (i) HÜ-Bespr., (ii) Differenzenquotient (S.148) und zwei Eigenschaften (S.148: Satz(1) und Satz(2)), (iii) 7.67, 7.69(1)(3)(6) und 8.87, 8.90(a)(b)(c)(d)(e)(g), 8.91

Hausaufgaben

Donnerstag 06.03:

- (i) Die Gleichung $y^2 = x$ schaut wie eine Funktion aus. Nur kann es keine Funktion f geben, sodass $y = f(x)$, die diese Bedingung erfüllt. Erkläre warum!
- (ii) Zu Aufgabe 7.45: Wenn eine Gerade in Normalvektordarstellung gegeben ist $ax + by = c$, dann kann daraus eine Funktion $y = \dots$ gemacht werden. Dabei muss aber eine Bedingung erfüllt sein. Welche ist das? (A) $a \neq 0$, oder (B) $b \neq 0$, oder (C) $c \neq 0$.

Freitag 07.03:

Erledige die Aufgaben 7.46(b), 7.47(c), 7.58, 7.59(1)(3), 7.61, 7.64.

Dienstag 11.03:

- (i) Erledige 7.67, 7.69(1)(3)(6); 8.87, 8.90(a)(b)(c)(d)(e)(g), 8.91
- (ii) Lerne die Notizen über die Eigenschaften von linearen Funktionen und den Differenzenquotienten → Seite 148.

Alle Unterlagen auch auf
www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html

MINI-CHECK: Intervalle und Mengen

NAME: _____

Aufgabe 1. Hier unten siehst du einige Linien; du machst daraus jeweils eine Zahlengerade. Markiere die folgenden Mengen:

(i) $[4, 6) \cap (3, 5)$ (rot),

(ii) $(-3, 3) \cup [0, 4]$

(iii) $(-1, 3) \setminus [0, 2]$

Aufgabe 2. Gegeben ist die folgende Funktion $f : N \rightarrow N$, wobei N die Menge der natürlichen Zahlen ist. Die Funktion ist durch folgende Eigenschaft völlig festgelegt: $f(n) = 1$, wenn n gerade ist, und $f(n) = 0$, wenn n ungerade ist. Was ist die Wertemenge? (NB: Nimm die kleinstmögliche Wertemenge!)

Planung:

- Zum Thema ‘Allgemeine Funktionen’ (Kapitel 7 aus dem Buch): 7.03(a)(b)(c)(e), 7.05(a)(b), 7.07(b), 7.10, 7.15, *Studieraufgaben*: 7.17, 7.18, 7.19, 7.20, 7.21, 7.23, 7.26, 7.27(b)(d), 7.30(a)(d), 7.32, 7.36, *Studieraufgabe*: 7.40, 7.43, 7.45(a), 7.46(b), 7.47(c), 7.58, 7.59(1)(3), 7.61, 7.64, 7.67, 7.69(1)(3)(6).
- Lineare Funktionen werden wir etwas kürzer behandeln, da wir das meiste schon mal behandelt haben. Daher nur Paragraph 8.6 aus Kapitel 8. Ich werde aber den Inhalt von Satz(1) und Satz(2) samt Differenzenquotient erklären, und danach sollte das zum Standardrepertoire gehören. Aufgaben dazu: 8.87, 8.90(a)(b)(c)(d)(e)(g), 8.91: beweise $f(x+1) = f(x) + k$ und $\frac{f(x)-f(x')}{x-x'}$ ist konstant. 8.96: was bedeutet das?, 8.97, 8.99(a), 8.100, 8.104, 8.111.
- Funktionen für indirekte Proportionalität, Paragraph 9.1; Potenzfunktionen, die Anwendungen von Paragraph 9.3;
- Gleichungssysteme mit zwei Variablen.
- Erweiterung Geometrie: Paragraph 12.4.
- Zahlenbereiche: Kapitel 3.

Aufgaben mit mehr Text in der Angabe

Es werden in Zukunft immer mehr Aufgaben mit mehr Text auf euch zukommen. Das ist eine Folge von Änderungen im Unterrichtssystem (Stichwort Zentralmatura). Manche Bücher haben schon eine Menge an Beispielen. Ich werde hier unten einige Aufgaben zeigen, die ich erstellt habe, und die als Ziel haben, euch eine Menge an Aufgaben mit größeren Texten anzubieten. Darüber hinaus werde ich mehrere Begriffe aus der Unterstufe verwenden, um so das Vokabular von euch zu stärken. Ich hoffe, diese Menge wird mit der Zeit wachsen und euch eine gute zusätzliche Vorbereitung aneignen.

Aufgabe X1. Eine vollkommene Zahl ist eine natürliche Zahl größer als 1, die gleich der Summe ihrer Teiler ohne sich selbst sind. Das heißt Folgendes: Für eine ganze Zahl a größer 1 nimmt man die Teiler kleiner als a . Von diesen Zahlen nimmt man dann die Summe. Ist diese Summe gleich a , so ist a eine vollkommene Zahl. Ein Beispiel: Die Zahl 6 ist vollkommen, da die Teiler von 6 die Zahlen 1, 2, 3 und 6 sind. Die Summe ohne 6 ist dann $1 + 2 + 3 = 6$. Die Zahl 8 ist keine vollkommene Zahl, da die Teiler von 8 die Zahlen 1, 2, 4 sind und $1 + 2 + 4 = 7$. Kontrolliere, dass 28 eine vollkommene Zahl ist. (Bonus: die erstnächste vollkommene Zahl ist 496; kontrolliere das!)

Aufgabe X2. Bei radioaktiven Stoffen zerfallen in gleichen Zeitintervallen gleiche Anteile einer Menge. Anhand eines Beispiels wird dies wohl deutlich: Von einer Menge vom radioaktiven Stoff Rara zerfällt jede Stunde ein Zehntel der vorhandenen Menge. Bei diesem Zerfall fallen die Atome von Rara in Atome Dada und Lala auseinander. Also, aus einem Atom Rara wird ein Atom Dada und ein Atom Lala. Wenn wir mit einem Kilogramm Rara anfangen ist nach einer Stunde nur noch 90% Rara, also 900 Gramm Rara vorhanden. Die fehlende 100 Gramm bestehen dann aus Dada- und Lala-Atomen. Nach noch einer Stunde ist dann wieder 10 % zerfallen, aber dann 10% von den vorhandenen 900 Gramm, also 90 Gramm. Das heißt, dass nach zwei Stunden nur noch 810 Gramm Rara. (A) Berechne wie viel Rara nach drei, vier und fünf Stunden noch vorhanden sind. (B) Begründe, dass nach n Stunden noch $(0,9)^n \cdot 1000$ Gramm Rara vorhanden ist. (C) Finde heraus, wann weniger als ein Zehntel des vorhandenen Rara vorhanden ist.

Aufgabe X3. Eine Parabel schneidet den Einheitskreis in drei Punkten. Die drei Punkte sind die folgende: Das Extremum der Parabel liegt im Punkt $(0|-1)$ und die Nullstellen der Parabel fallen mit den Schnittpunkten des Kreises mit der x -Achse zusammen. Also, wo der Kreis die x -Achse schneidet, schneidet auch die Parabel die x -Achse. Finde a , b und c sodass die Parabel durch $y = ax^2 + bx + c$ gegeben ist.

Aufgabe X4. Gegeben ist die Parabel $y = x^2 + 2$. Mit einer Skizze sieht man leicht, dass es zwei Tangenten an der Parabel durch $(0|0)$ gibt. In dieser Aufgabe musst du die algebraische Darstellung $y = kx + d$ für beide diese Tangenten finden. (i) Was kannst du über k und/oder d einer Geraden $y = kx + d$ sagen, wenn diese Gerade durch den Punkt $(0|0)$ geht? (ii) Mit dem Wissen von Teil (i) kannst du eine quadratische Gleichung aufstellen: die Gerade $y = kx + d$ schneidet die Parabel wenn $kx + d = x^2 + 2$. Benutze dein Ergebnis von (i) um die Gleichung $kx + d = x^2 + 2$ zu vereinfachen und bringe sie auf die Form $x^2 + px + q = 0$. Hierbei werden p und q von einem Parameter abhängen. (iii) Deine quadratische Gleichung hat entweder 2, oder 1 oder 0 Lösungen. Bestimme k und d jetzt so, dass die Gleichung von (ii) nur eine Lösung hat. (iv) Beantworte jetzt die Frage, welche zwei Geraden $y = kx + d$ die zwei Tangenten an der Parabel, die durch $(0|0)$ gehen, darstellen.

Aufgabe X5. Ein Schiff fährt mit 15km/h durch den pazifischen Ozean. In der Nähe von französisch Polynesien muss man aufpassen, nicht auf eine Insel zu fahren. Aus Sicherheitsgründen ist es am besten, ein Schiff bleibt auf 2 km einer Insel entfernt. Ein Kapitän mißt einen Winkel zwischen Insel und Fahrtrichtung von 20 Grad. Zwanzig Minuten später mißt er einen Winkel zwischen Insel und Fahrtrichtung von 50 Grad. (a) Mache eine Konstruktion mit einem selbst gewählten Maßstab und entscheide, ob der Kapitän zu nah an der Insel vorbeifahren wird oder nicht. (b) Berechne die minimale Distanz zwischen Schiff und Insel, falls der Kapitän den

Kurs nicht wechselt. Benutze dabei den Sinussatz $\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b} = \frac{\sin(\gamma)}{c}$.

Aufgabe X6. Betrachte den folgenden Satz: *Die Summe der n ersten geraden Zahlen ist dem Produkt aus n und $n + 1$ gleich.* Du musst nun diese Aufgabe nicht beweisen, sondern (a) diesen Satz kontrollieren für $n = 1$ bis $n = 10$, und zeigen, dass aus diesem Satz folgt, dass die Aussage $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ wahr ist. Einen Hinweis gebe ich dir dabei: Dividieren durch zwei.