# Planungsblatt Mathematik für die 5A

Datum: 24.03 - 28.03

## Stoff

**Wichtig** !!! Nach dieser Woche verstehst du:

- **(a)** allgemeine Funktionen: Grafiken, Notation, Zuordnung, Mengen für Anfänger, Definitionsmenge, Wertemenge
- **(b)** lineare Funktionen: Steigung: (A) Differenzenquotient $\frac{\Delta y}{\Delta x} = k$ und (B) $f(x+1) = f(x)+k$

**Schulübungen**.

- **(a)** Besprechung der HÜ – siehe unten!
- **(b)** Dienstag: (i) HÜ-Bespr. (ii) 8.91 bearbeiten, (iii) 8.96 und 8.97, (iv) zusammenfassen des Wissens über lineare Funktionen
- **(c)** Donnerstag: (i) HÜ-Bespr., (ii) vllt. ein Mini-Check, (iii) 8.99(a), 8.100, 8.104 und 8.111 bearbeiten
- **(d)** Freitag: (i) HÜ-Bespr., (ii) vllt. ein Mini-Check, (iii) Aufgabe 9.01 und Seite 171, Aufgabe 9.02(a)(b), 9.04, 9.05, 9.07.

## Hausaufgaben

**Donnerstag 27.03:**
(i) Erledige 8.91, 8.96, 8.97 und studiere sie richtig!
(ii) Lerne über den Differenzenquotienten und die Eigenschaften linearer Funktionen.
**Freitag 28.03:**
(i) Erledige 8.99(a), 8.100, 8.104 und 8.111.
(ii) Vorige Woche hatten wir die Aufgabe, eine Aufgabe selbst zu erstellen; sorge dafür, dass sie schon auf einem Blatt steht, mit der Lösung auf der Rückseite und gib mir sie ab! (Also nicht im Heft bitte!!!)
**Dienstag 01.04:**
(i) Erledige 9.02(a)(b), 9.04, 9.05 und 9.07.
(ii) Studiere Aufgabe 9.01 und Seite 171 richtig!

**Alle Unterlagen auch auf**
`www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html`

# MINI-CHECK: Funktionen und lineare Funktionen

NAME: ________________________________

**Aufgabe 1**. Der Graphen einer linearen Funktion geht durch die Punkte $A = (2|3)$ und $B = (5|-6)$. Berechne die Steigung.

**Aufgabe 2**. Begründe, dass bei einer linearen Funktion $f(x) = kx + d$ folgende Eigenschaften gelten:
(a) $f(x+1) = f(x) + k$
(b) $f(0) = d$

**Aufgabe 3**. Bei einer Taxifahrt werden €4,20 Kosten für die Vorfahrt gerechnet und der Kilometerpreis beträgt €$0,85$. Stelle die Kosten $K$ einer Taxifahrt als eine Funktion der Strecke ($x$, in Kilometer) dar. Das heißt, finde eine Funktion $K(x)$ für den Zusammenhang zwischen Strecke $x$ und Kosten $K$.

**Aufgabe 4**. Was ist wahr?
(a) Jede direkte Proportionalität beschreibt eine lineare Funktion.
(b) Jede lineare Funktion beschreibt eine direkte Proportionalität.

Planung:

- Zum Thema 'Allgemeine Funktionen' (Kapitel 7 aus dem Buch): 7.03(a)(b)(c)(e), 7.05(a)(b), 7.07(b), 7.10, 7.15, *Studieraufgaben: 7.17, 7.18, 7.19*, 7.20, 7.21, 7.23, 7.26, 7.27(b)(d), 7.30(a)(d), 7.32, 7.36, *Studieraufgabe: 7.40*, 7.43, 7.45(a), 7.46(b), 7.47(c), 7.58, 7.59(1)(3), 7.61, 7.64, 7.67, 7.69(1)(3)(6).

- Lineare Funktionen werden wir etwas kürzer behandeln, da wir das meiste schon mal behandelt haben. Daher nur Paragraph 8.6 aus Kapitel 8. Ich werde aber den Inhalt von Satz(1) und Satz(2) samt Differenzenquotient erklären, und danach sollte das zum Standardrepertoir gehören. Aufgaben dazu: 8.87, 8.90(a)(b)(c)(d)(e)(g), 8.91: beweise $f(x+1) = f(x) + k$ und $\frac{f(x)-f(x')}{x-x'}$ ist konstant. 8.96: was bedeutet das?, 8.97, 8.99(a), 8.100, 8.104, 8.111.

- Funktionen für indirekte Proportionalität, Paragraph 9.1; Aufgabe 9.01 und Seite 171, Aufgabe 9.02(a)(b), 9.04, 9.05, 9.07, 9.10; Potenzfunktionen, die Anwendungen von Paragraph 9.3: Aufgaben 9.34, 9.38, 9.41, Besprechung von der Formel $F_{grav} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$ (welche Abhängigkeiten sind in der Formel drinnen? – siehe auch 9.45), 9.42, 9.45, 9.48, 9.89, 9.92, 9.97, 9.108

- Gleichungssysteme mit zwei Variablen.

- Erweiterung Geometrie: Paragraph 12.4.

- Zahlenbereiche: Kapitel 3.

## Aufgaben mit mehr Text in der Angabe

Es werden in Zukunft immer mehr Aufgaben mit mehr Text auf euch zukommen. Das ist eine Folge von Änderungen im Unterrichtssystem (Stichwort Zentralmatura). Manche Bücher haben schon eine Menge an Beispielen. Ich werde hier unten einige Aufgaben zeigen, die ich erstellt habe, und die als Ziel haben, euch eine Menge an Aufgaben mit größeren Texten anzubieten. Darüber hinaus werde ich mehrere Begriffe aus der Unterstufe verwenden, um so das Vokabular von euch zu stärken. Ich hoffe, diese Menge wird mit der Zeit wachsen und euch eine gute zusätzliche Vorbereitung anbeiten.

**Aufgabe X1**. Eine vollkommene Zahl ist eine natürliche Zahl größer als 1, die gleich der Summe ihrer Teiler ohne sich selbst sind. Das heißt Folgendes: Für eine ganze Zahl $a$ größer 1 nimmt man die Teiler kleiner als $a$. Von diesen Zahlen nimmt man dann die Summe. Ist diese Summe gleich $a$, so ist $a$ eine vollkommene Zahl. Ein Beispiel: Die Zahl 6 ist vollkommen, da die Teiler von 6 die Zahlen 1, 2, 3 und 6 sind. Die Summe ohne 6 ist dann $1 + 2 + 3 = 6$. Die Zahl 8 ist keine vollkommende Zahl, da die Teiler von 8 die Zahlen 1, 2, 4 sind und $1 + 2 + 4 = 7$. Kontrolliere, dass 28 eine vollkommene Zahl ist. (Bonus: die erstnächste vollkommene Zahl ist 496; kontrolliere das!)

**Aufgabe X2**. Bei radioaktiven Stoffen zerfallen in gleichen Zeitintervallen gleiche Anteile einer Menge. Anhand eines Beispiels wird dies wohl deutlich: Von einer Menge vom radioaktiven Stoff Rara zerfällt jede Stunde ein Zehntel der vorhandenen Menge. Bei diesem Zerfall fallen die Atome von Rara in Atome Dada und Lala auseinander. Also, aus einem Atom Rara wird ein Atom Dada und ein Atom Lala. Wenn wir mit einem Kilogramm Rara anfangen ist nach einer Stunde nur noch 90% Rara, also 900 Gramm Rara vorhanden. Die fehlende 100 Gramm bestehen dann aus Dada- und Lala-Atomen. Nach noch einer Stunde ist dann wieder 10 % zerfallen, aber dann 10% von den vorhandenen 900 Gramm, also 90 Gramm. Das heißt, dass nach zwei Stunden nur noch 810 Gramm Rara. (A) Berechne wie viel Rara nach drei, vier und fünf Stunden noch vorhanden sind. (B) Begründe, dass nach $n$ Stunden noch $(0,9)^n \cdot 1000$ Gramm Rara vorhanden ist. (C) Finde heraus, wann weniger als ein Zehntel des vorhandenen Rara vorhanden ist.

**Aufgabe X3**. Eine Parabel schneidet den Einheitskreis in drei Punkten. Die drei Punkte sind die folgende: Das Extremum der Parabel liegt im Punkt $(0|-1)$ und die Nullstellen der Parabel fallen mit den Schnittpunkten des Kreises mit der $x$-Achse zusammen. Also, wo der Kreis die $x$-Achse schneidet, schneidet auch die Parabel die $x$-Achse. Finde $a$, $b$ und $c$ sodass die Parabel durch $y = ax^2 + bx + c$ gegeben ist.

**Aufgabe X4**. Gegeben ist die Parabel $y = x^2 + 2$. Mit einer Skizze sieht man leicht, dass es zwei Tangenten an der Parabel durch $(0|0)$ gibt. In dieser Aufgabe musst du die algebraische Darstellung $y = kx + d$ für beide diese Tangenten finden. (i) Was kannst du über $k$ und/oder $d$ einer Geraden $y = kx + d$ sagen, wenn diese Gerade durch den Punkt $(0|0)$ geht? (ii) Mit dem Wissen von Teil (i) kannst du eine quadratische Gleichung aufstellen: die Gerade $y = kx + d$ schneidet die Parabel wenn $kx + d = x^2 + 2$. Benutze dein Ergebnis von (i) um die Gleichung $kx + d = x^2 + 2$ zu vereinfachen und bringe sie auf die Form $x^2 + px + q = 0$. Hierbei werden $p$ und $q$ von einem Parameter abhängen. (iii) Deine quadratische Gleichung hat entweder 2, oder 1 oder 0 Lösungen. Bestimme $k$ und $d$ jetzt so, dass die Gleichung von $(ii)$ nur eine Lösung hat. (iv) Beantworte jetzt die Frage, welche zwei Geraden $y = kx + d$ die zwei Tangenten an der Parabel, die durch $(0|0)$ gehen, darstellen.

**Aufgabe X5**. Ein Schiff fährt mit $15km/h$ durch den pazifischen Ozean. In der Nähe von französisch Polynesien muss man aufpassen, nicht auf eine Insel zu fahren. Aus Sicherheitsgründen ist es am besten, ein Schiff bleibt auf 2 km einer Insel entfernt. Ein Kapitän mißt einen Winkel zwischen Insel und Fahrtrichtung von 20 Grad. Zwanzig minuten später mißt er einen Winkel zwischen Insel und Fahrtrichtung von 50 Grad. (a) Mache eine Konstruktion mit einem selbst gewählten Maßstab und entscheide, ob der Kapitän zu nah an der Insel vorbeifahren wird oder nicht. (b) Berechne die minimale Distanz zwischen Schiff und Insel, falls der Kapitän den

Kurs nicht wechselt. Benutze dabei den Sinussatz $\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b} = \frac{\sin(\gamma)}{c}$.

**Aufgabe X6**. Betrachte den folgenden Satz: *Die Summe der $n$ ersten geraden Zahlen ist dem Produkt aus $n$ und $n+1$ gleich.* Du musst nun diese Aufgabe nicht beweisen, sondern (a) diesen Satz kontrollieren für $n = 1$ bis $n = 10$, und zeigen, dass aus diesem Satz folgt, dass die Aussage $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ wahr ist. Einen Hinweis gebe ich dir dabei: Dividieren durch zwei.

**Aufgabe X7**. Manche natürliche Zahlen lassen sich als Summe zweier Quadratzahlen darstellen. Man sollte dabei im Auge behalten, dass eine Quadratzahl eine Zahl der Gestalt $a^2$ ist, bei dem $a$ auch wieder eine natürliche Zahl ist. Somit ist eine Quadratzahl das Quadrat einer natürlichen Zahl. Wir nennen die natürlichen Zahlen, die sich als Summe zweier Zahlen lassen Tanzahlen. Jede Quadratzahl ist eine Tanzahl, denn $a^2 = a^2 + 0^2$. Deine Aufgabe ist es, alle Tanzahlen kleiner als 25 zu finden.

**Aufgabe X8**. Bei einem Patienten wird ein schmerzenlinderndes Medikament intravenös eingebracht. Das erste Mal wird jede Stunde die Konzentration dieses Schmerzmittels im Blut des Patienten gemessen. Wenn man die Messungen graphisch darstellt, sieht man, dass die Punkte etwa auf dem Graphen der Funktion

$$f(x) = \frac{10x^2}{4 + 5^x}$$

liegen. Hierbei ist $f$ die Konzentration in $mg$ pro Liter und $x$ ist die Zeit in Stunden. Man macht diese Messungen um zu wissen, wie der Patient auf das Medikament reagiert und wie schnell er das Medikament abbaut, sodass man nach diesen Messungen weiß, wann man wieder eine Dosis zudienen muss, und also auch, wie viele Dosen der Patient pro Tag braucht.
(a) Zeichne den Graphen indem du eine Wertetabelle mit $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$ und so weiter benutzt.
(b) Wenn die Konzentration weniger als 0,2 mg/L ist, sollte man wieder eine neue Dosis geben. Wie viele Dosen bekommt der Patient etwa pro Tag?