Vierte Schularbeit Mathematik Klasse 4E am 21.05.2015

Korrekturvorlage

Gruppe A

Lehrer: Dr. D. B. Westra
Fehler sind immer möglich, aber
!!!!FEHLER BITTE UMGEHEND MELDEN!!!!

Punkteanzahl : von 24 Punkten

NOTE:

NOTENSCHLÜSSEL	
23-24 Punkte	Sehr Gut (1)
20-22 Punkte	Gut (2)
16-19 Punkte	Befriedigend (3)
12-15 Punkte	Genügend (4)
0-11 Punkte	Nicht genügend (5)

VIEL ERFOLG!

Aufgabe 1. (2x2 Punkte)

Gegeben sind die linearen Funktionen $p(x) = -2x + 1$ und $q(x) = x - 3$.

(a) Bestimme Steigung und Achsenabschnitt von p und q. Steigung von p ist -2, die von q ist 1. Achsenabschnitt von p ist 1, der von q ist -3.

(b) Bestimme den Schnittpunkt von p und q. Gleichung $-2x+1 = x-3$ also $4 = 3x$. Daher $x = \frac{4}{3}$, somit ist der Schnittpunkt $(\frac{4}{3}|\frac{4}{3} - 3) = (\frac{4}{3}| - \frac{8}{3})$.

Aufgabe 2. (3 Punkte)

Löse folgendes System von zwei Gleichungen in zwei Unbekannten:

I $\quad 4x - 3y = 15$

II $\quad 8x + 15y = 9$

Schritt 1: 2mal Gleichung I: $8x-6y = 30$, dann davon II subtrahieren ergibt $-6y-15y = 21$ also $-21y = 21$ und somit $y = -1$. Das in I eingeben ergibt $4x + 3 = 15$ und die Lösung davon ist $x = 3$. Lösung also $(3| - 1)$. Kontrolle $8 \cdot 3 + 15 \cdot -1 = 24 - 15 = 9$, stimmt!

Aufgabe 3. (3 Punkte)

Die Punkte $A = (\frac{1}{2}|3)$ und $B = (2|7)$ liegen auf dem Graphen der linearen Funktion $f(x) = kx + d$. Bestimme k und d!

Standardverfahren: $\Delta y = 4$ und $\Delta x = 1\frac{1}{2}$ also Steigung ist $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4}{\frac{3}{2}} = \frac{8}{3}$. Dann ausprobieren für zB B: $f(2) = \frac{8}{3} \cdot 2 + d$, also $d = 7 - \frac{16}{3} = 1\frac{2}{3}$.

Aufgabe 4. (2 x 2 Punkte)

Gegeben ist die Funktion $g(x) = \frac{3x}{x+2}$

(a) Zeichne den Graphen der Funktion g! Achte darauf, dass Nullstellen gut sichtbar sind, aber auch, wo die Funktion nicht definiert ist!

Graphen zeichne ich gerne im Unterricht. Einige Merkmale: Nicht definiert bei $x = -2$. Nullstelle bei $x = 0$.

(b) Schüler Viktor Zaza (Name erfunden) hat unabsichtlich beim Zeichnen des Graphens einen Fehler gemacht. Sein Graphen ist genau dem von g gleich, falls man den von g um 4 nach links und 2 nach oben verschiebt. Gib die Funktionsvorschrift an, von der Viktor den Graphen gezeichnet hat!

Standardverfahren: 4 nach links bedeutet x durch $x + 4$ ersetzen, und 2 nach oben heißt 2 bei der Funktion dazu addieren, also $g(x) = \frac{3(x+4)}{x+4+2} + 2 = \frac{3x+12}{x+6} + 2$.

Aufgabe 5.
Stadt A und Stadt B liegen 120 Kilometer auseinander. John fährt Fahrrad mit 18 Kilometer pro Stunde. Er fährt um 8:00 aus A in Richtung von B ab. Johanna fährt Motorrad mit 72 Kilometer pro Stunde. Sie fährt um 10:00 aus B in Richtung von A ab.

(a) Berechne, wann (Uhrzeit) sich Johanna und John treffen. (2 Punkte)

Methode 1: $s_1(t) = 18t$ zurückgelegter Weg von John. $s_2(t) = 72(t-2) = 72t - 144$ zurückgelegter Weg von Johanna. Sie treffen sich, wenn die Distanz von 120 km von beiden zusammen zurückgelegt wird: $s_1 + s_2 = 120$ also $18t + 72t - 144 = 120$ und die Lösung davon ist $t = \frac{264}{90} = 2\frac{84}{90} = 2\frac{14}{15}$ und da $15 \times 4 = 60$ ist ein Fünfzehntel einer Stunde 4 Minuten, das heißt also $t = 2\frac{14}{15}$ sind 2 Stunden und 56 Minuten. Sie treffen sich also um 10:56.

Methode 2: Um 10:00 hat John 36 km zurückgelegt. Distanz zwischen den beiden ist dann noch 84 km. Sie fahren mit 90 km/h auf einander zu. Das heißt, in $\frac{84}{90} = \frac{14}{15}$ Stunde, also 56 Minuten, ist die Distanz zwischen den beiden Null, das heißt also, sie treffen sich um 10:56.

(b) Wie viel Kilometer hat John dann zurückgelegt? (2 Punkte)

$18 \cdot 2\frac{14}{15} = 36 + \frac{18\cdot 14}{15} = 36 + \frac{6\cdot 14}{5} = 36 + \frac{84}{5} = 36 + 16,8 = 52,8km.$

Aufgabe 6. (2 Punkte)
Benzin A besteht für 80% aus Oktanol. Benzin B besteht für 95% aus Oktanol. Ein Autofahrer braucht für sein (sehr spezielles) Auto Benzin mit 88% Oktanol. Wie viel Liter von Benzin A muss er mit wie viel Liter Benzin B mischen, damit 75 Liter Benzin mit 88% Oktanol entsteht?
$0,8a + 0,95(75-a) = 0,88 \cdot 75$ ist die zu lösende Gleichung. Also $-0,15a = 0,88 \cdot 75 - 0,95 \cdot 75 = -0,07 \cdot 75$ also $a = \frac{0,07 \cdot 75}{0,15} = 35$. Somit 35 Liter von Benzin A und daher auch 40 Liter von Benzin B.

Aufgabe 7.
Gegeben ist die quadratische Funktion $g(x) = x^2 - x - 12$.

(a) Faktorisiere $x^2 - x - 12$ in linearen Faktoren $(x + \ldots)(x - \ldots)$ und bestimme damit die Nullstellen von g. (2 Punkte)

$x^2 - x - 12 = (x+3)(x-4)$ und das ist Null genau dann wenn entweder $x = -3$ oder $x = 4$. Das sind dann gleich die Nullstellen.

(b) Zeichne den Graphen von g und bestimme, für welchen x die Funktion g ihren minimalen Wert annimmt. (2 Punkte)

Das Zeichen war meistens kein großes Problem. Da die Nullstellen bei -3 und 4 sind sollten die Punkte zu sehen sein. Zwischen diesen Stellen ist die Funktion negativ, und das Minimum liegt genau in der Mitte, also bei $x = \frac{1}{2}$, genau zwischen $x = -3$ und $x = 4$.

Vierte Schularbeit Mathematik Klasse 4E am 21.05.2015

Korrekturvorlage

Gruppe B

Punkteanzahl : von 24 Punkten

NOTE:

NOTENSCHLÜSSEL	
23-24 Punkte	Sehr Gut (1)
20-22 Punkte	Gut (2)
16-19 Punkte	Befriedigend (3)
12-15 Punkte	Genügend (4)
0-11 Punkte	Nicht genügend (5)

VIEL ERFOLG!

Aufgabe 1. (2x2 Punkte)

Gegeben sind die linearen Funktionen $p(x) = 2x + 1$ und $q(x) = -x - 4$.

(a) Bestimme Steigung und Achsenabschnitt von p und q. Steigung von p ist 2, die von q ist -1. Achsenabschnitt von p ist 1, der von q ist -4.

(b) Bestimme den Schnittpunkt von p und q. Gleichung $2x + 1 = -x - 4$ und somit $3x = -5$ also $x = -1\frac{2}{3}$. Das ergibt dann für den y-Wert $-2\frac{1}{3}$. Also $(-\frac{5}{3}| -\frac{7}{3})$.

Aufgabe 2. (3 Punkte)

Löse folgendes System von zwei Gleichungen in zwei Unbekannten:

I $\quad 3x - 4y = 15$

II $\quad 15x + 8y = 9$

Gleichung I mal 2 ergibt $6x - 8y = 30$ dann zu II dazuaddieren. Das ergibt $21x = 39$ und somit $x = \frac{13}{7}$. Daher $4y = 15 - \frac{39}{7} = \frac{66}{7}$ und daher $y = \frac{33}{14}$. Somit $(\frac{13}{7}|\frac{33}{14})$ ist der Schnittpunkt.

Aufgabe 3. (3 Punkte)

Die Punkte $A = (\frac{1}{2}|7)$ und $B = (2|3)$ liegen auf dem Graphen der linearen Funktion $f(x) = kx + d$. Bestimme k und d!

Zwei Gleichungen $7 = \frac{1}{2}k + d$ und $2k + d = 3$ oder $14 = k + 2d$ und $4k + 2d = 6$, und somit $14 - 6 = 2d + k - (4k + 2d) = -3k$. Somit $k = -\frac{8}{3}$.

Aufgabe 4. (2 x 2 Punkte)

Gegeben ist die Funktion $g(x) = \frac{2x}{x+3}$

(a) Zeichne den Graphen der Funktion g! Achte darauf, dass Nullstellen gut sichtbar sind, aber auch, wo die Funktion nicht definiert ist!

Zeichne ich gerne im Unterricht. Merkmale: Nullstelle bei $x = 0$. Nicht definiert bei $x = -3$.

(b) Schüler Viktor Zeze (Name erfunden) hat unabsichtlich beim Zeichnen des Graphens einen Fehler gemacht. Sein Graphen ist genau dem von g gleich, falls man den von g um 2 nach links und 4 nach oben verschiebt. Gib die Funktionsvorschrift an, von der Viktor den Graphen gezeichnet hat!

Standardverfahren: 2 nach links ist x durch $x + 2$ ersetzen, 4 nach oben ist, bei der Funktion 4 dazu geben. Also $g(x) = \frac{2(x+2)}{x+2+3} + 4 = \frac{2x+4}{x+5} + 4$.

$\longrightarrow$ Auf der nächsten Seite geht es weiter! $\longrightarrow$

Aufgabe 5.
Stadt A und Stadt B liegen 90 Kilometer auseinander. John fährt Fahrrad mit 18 Kilometer pro Stunde. Er fährt um 8:00 aus A in Richtung von B ab. Johanna fährt Moped mit 45 Kilometer pro Stunde. Sie fährt um 10:00 aus B in Richtung von A ab.

(a) Berechne, wann (Uhrzeit) sich Johanna und John treffen. (2 Punkte)

Methode 1: $s_1(t) = 18t$ ist Weg von John. $s_2(t) = 45(t-2) = 45-90$ ist Weg von Johanna. Wenn beide zusammen diese 90 km zurückgelegt treffen sie sich. Also $s_1 + s_2 = 90$ und somit $18t + 45t - 90 = 90$ also $63t = 180$ und somit $7t = 20$ und somit $t = \frac{20}{7}$ Stunde, also $2\frac{6}{7}$ Stunden nach 8:00. Also $\frac{6}{7}$ Stunde nach 10:00. Das sind also $\frac{6}{7} \cdot 60 = \frac{360}{7} = 51\frac{3}{7}$ Minuten nach 10:00, also etwa um $10 : 51$ und einige zerquetschte Sekunden.

(b) Wie viel Kilometer hat Johanna dann zurückgelegt? (2 Punkte)

Dann hat Johanna also $\frac{6}{7} \cdot 45 = \frac{270}{7} = 38\frac{4}{7}$ km zurückgelegt. Also etwa 38,57 km.

Aufgabe 6. (2 Punkte)
Benzin A besteht für 75% aus Oktanol. Benzin B besteht für 90% aus Oktanol. Ein Autofahrer braucht für sein (sehr spezielles) Auto Benzin mit 86% Oktanol. Wie viel Liter von Benzin A muss er mit wie viel Liter Benzin B mischen, damit 50 Liter Benzin mit 86% Oktanol entsteht?
Gleichung zu lösen ist: $0,75a+(50-a)\cdot 0,9 = 0,86\cdot 50 = 43$, also $-0,15a+45 = 43$ und somit $a = \frac{2}{0{,}15} = 13\frac{1}{3}$.
Also $13\frac{1}{3}$ Liter Benzin A muss mit $36\frac{2}{3}$ Liter B mischen.

Aufgabe 7.
Gegeben ist die quadratische Funktion $g(x) = x^2 - 2x - 15$.

(a) Faktorisiere $x^2 - 2x + 15$ in linearen Faktoren $(x + \ldots)(x - \ldots)$ und bestimme damit die Nullstellen von g. (2 Punkte)

$x^2 - 2x + 15 = (x - 5)(x + 3)$. Nullstellen sind also bei $x = -3$ und bei $x = 5$.

(b) Zeichne den Graphen von g und bestimme, für welchen x die Funktion g ihren minimalen Wert annimmt. (2 Punkte)

Das Minimum liegt genau zwischen den beiden Nullstellen, also bei $x = 1$.