Prüfungssituation März 6A

KORREKTURVORLAGE

Modulo Fehler

Aufgabe (6%) 1

Löse die Gleichung $2(X+1)-3(X+2)=-5$.

$2X+2-3X-6=-5$ also $-X-4=-5$ also $X=1$.

Aufgabe (6%) 2

Löse die Gleichung $(X-4)(X-5)=0$.

$X=4$ oder $X=5$.

Aufgabe (8%) 3

Löse die Gleichung $2\sin(3x)=1$.

$\sin(3x)=\frac{1}{2}$, also $3x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$, oder $3x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$ wobei jeweils $k\in\mathbb{Z}$. Somit

$x=\frac{\pi}{18}+k\frac{2\pi}{3}$ oder $x=\frac{5\pi}{18}+k\frac{2\pi}{3}$ mit k eine ganze Zahl.

Aufgabe (8%) 4

Gib alle Extremstellen von der Funktion $f(x)=\sin(2x)$ an.

Maximum $2x=\frac{\pi}{2}+k\cdot 2\pi$, Minimum bei $2x=-\frac{\pi}{2}+k\cdot 2\pi$.

Maximum $x=\frac{\pi}{4}+k\cdot\pi$, Minimum $x=-\frac{\pi}{4}+k\cdot\pi$.

Zusammen, Extremstellen $x=\frac{\pi}{4}+k\cdot\frac{\pi}{2}$.

Aufgabe (8%) 5

Löse die Gleichung $10^{3x}=15$.

$x=\frac{1}{3}{}^{10}\log(15)\approx 0,392$

Aufgabe (8%) 6

Löse die Gleichung ${}^{10}\log(5x+3)=2$.

$5x+3={}^{10}\log(2)$ also $5x+3=10^2=100$, somit $x=\frac{97}{5}=19,4$.

Aufgabe (6%) 7

Berechne $f(x+1)-f(x)$ für $f(x)=13x+5$.

Für lineare Funktionen ist $f(x+1)-f(x)$ die Steigung, also 13. Siehe Grundkompetenz FA 2.4.

Aufgabe (8%) 8

Berechne $\dfrac{f(x+1)}{f(x)}$ für $f(x) = 3 \cdot 10^{1,2 \cdot x}$.

Wie bei geometrischen Folgen, oder Exponentialfunktionen: $10^{1,2} \approx 15,8$. Siehe auch die zweite Schularbeit - Aufgabe 8 beim ersten Versuch, Aufgabe 7 beim zweiten.

Aufgabe (8%) 9

Löse $\dfrac{\sqrt{2x+5}}{\sqrt{3x+1}} = 2$.

Quadrieren ergibt $\frac{2x+5}{3x+1} = 4$ somit $2x + 5 = 12x + 4$ und somit $1 = 10x$, daher $x = 0,1$.

Aufgabe (6%) 10

Bestimme die Periode von $f(x) = 6 \cdot \cos(\pi x) + 2\pi$.

Ablesen $b = \pi$, also $T = \frac{2\pi}{\pi} = 2$.

Aufgabe (6%) 11

Bestimme das kleinste Intervall, das alle Funktionswerte von f enthält, wenn $f(x) = 5 \cdot \sin(8x) + 9$.

$9 - 5 \leq f(x) \leq 9 + 5$ also $[4; 14]$.

Aufgabe (6%) 12

Bestimme den Definitionsbereich von $g(x) = {}^{10}\log(x+2)$.

$x + 2$ muss positiv sein, also $D = (-2; \infty)$.

Aufgabe (8%) 13

Gegeben sind die Geraden $g_1: \quad 3x + y = 9$ und $g_2: \quad 2x - 3y = 10$. Bestimme den Schnittpunkt!

Geschicktes Multiplizieren: $6x + 2y = 18$ und $6x - 9y = 30$. Subtrahieren $2y - -9y = 18 - 30$ also $11y = -12$ und somit $y = -\frac{12}{11}$. Für x multipliziert man leich Gleichung von g_1 mit 3 und addiert sie zur anderen Gleichung $(9x + 3y) + (2x - 3y) = 27 + 10$ also $11x = 37$ und somit $x = \frac{37}{11}$.

Aufgabe (8%) 14

Löse die Gleichung ${}^{3}\log(x) = 5$.

$x = 3^5 = 243$.

Aufgabe (8%) 15

Löse die Gleichung ${}^{x}\log(3) = 6$.

$x^6 = 3$ somit $x = \sqrt[6]{3} \approx 1,2$.

Aufgabe (8%) 16

Von einer linearen Funktion ist bekannt, dass $f(0) = 9$ und $f(1) = 4$. Gib die Funktionsvorschrift an!

$y = kx + d$, k Steigung ist $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-9}{1-0} = -5$. $d = 9$, denn Achsenabschnitt. Somit $y = -5x + 9$.

Aufgabe (6%) 17

Bestimme a_5 falls $a_{n+1} = a_n + 5$ und $a_0 = 0$.

$a_0 = 0$, $a_1 = 5$, $a_2 = 10$ usw. $a_5 = 25$.

Aufgabe (6%) 18

Bestimme a_5 falls $a_{n+1} = 3a_n$ und $a_0 = 2$.

$a_1 = 3 \cdot 2$, $a_2 = 3 \cdot 3 \cdot 2$ usw, also $a_5 = 3^5 \cdot 2 = 243 \cdot 2 = 486$.

Aufgabe (8%) 19

Löse die Gleichung $\sqrt{2x+1} = 9$.

Quadrieren $2x + 1 = 81$ also $x = 40$.

Aufgabe (6%) 20

Berechne $\lim_{n\to\infty} \frac{3n+2}{2n+1}$.

Falls n sehr groß, dann $\frac{3n+2}{2n+1} \approx \frac{3n}{2n} = \frac{3}{2}$, und diese Annäherung wird besser, umso größer n wird.

Aufgabe (8%) 21

Eine periodische Funktion $f(x) = a\cos(bx) + c$ hat Amplitude 4, Periode 365 und $f(0) = 2$. Bestimme a, b und c.

$f(x) = 4 \cdot \cos(\frac{2\pi x}{365}) - 2$, denn $\cos(0) = 1$, somit $f(0) = 4 + c$, sodass $c = -2$ sein muss.

Aufgabe (8%) 22

Gib alle Nullstellen von $f(x) = 5\cos(\frac{x}{2})$ an!

$\frac{x}{2} = \pm\frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi$ also $x = \pm\pi + k \cdot 4\pi$ und das ist auch $x = \pi + k \cdot 2\pi$, wobei k stets eine ganze Zahl ist.

Aufgabe (8%) 23

Die Weltbevölkerung wächst jedes Jahr um 1,5%. Wie lange dauert es, bevor sie sich verdoppelt?

$(1,015)^x = 2$, also $x = \frac{{}^{10}\log(2)}{{}^{10}\log(1,015)} \approx 46,6$ also fast 47 Jahre.

Aufgabe (6%) 24

Gib den Definitionsbereich von $f(x) = \tan(x)$ an!

$D = \mathbb{R} \setminus \{\pm\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$

anders gesagt, x darf nicht sein $\pm\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Das Zeichen $\setminus$ bedeutet etwas wie "aber nicht" oder "außer". Also $A \setminus B$ ist die Menge, die alle Elemente von A, außer denen aus B, enthält. Zum Beispiel { Alle Schüler aus der 6A } $\setminus$ { Buben } ist die Menge der Mädchen aus der 6A.

Aufgabe (8%) 25

Zeige, dass die Identität $1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$ gilt.

$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ also $\tan^2(x) = \frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)}$ sodass $1 + \tan^2(x) = \frac{\cos^2(x)}{\cos^2(x)} + \frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)}$ und das ist $\frac{\sin^2(x)+\cos^2(x)}{\cos^2(x)} = \frac{1}{\cos^2(x)}$.

Insgesamt Anzahl der Prozente: 180 %.

Es gab 10 Aufgaben mit 6%.

Es gab 15 Aufgaben mit 8%.

Ergebnisse:

Maximum 88%. Minimum 8%.

Mittelwert: 42%.

Standardabweichung: 24%.

Erstes Quartil: 20%

Zweites Quartil: 42%

Drittes Quartil: 62%