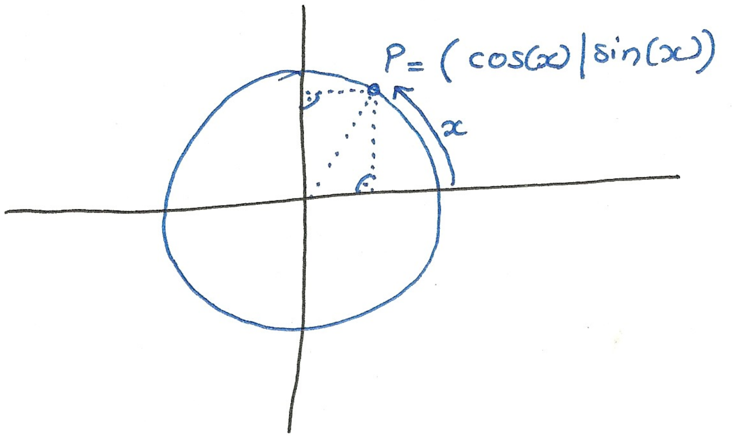
SIN & COS HAND OUT 6A

ZUM AUSWENDIG LERNEN!!

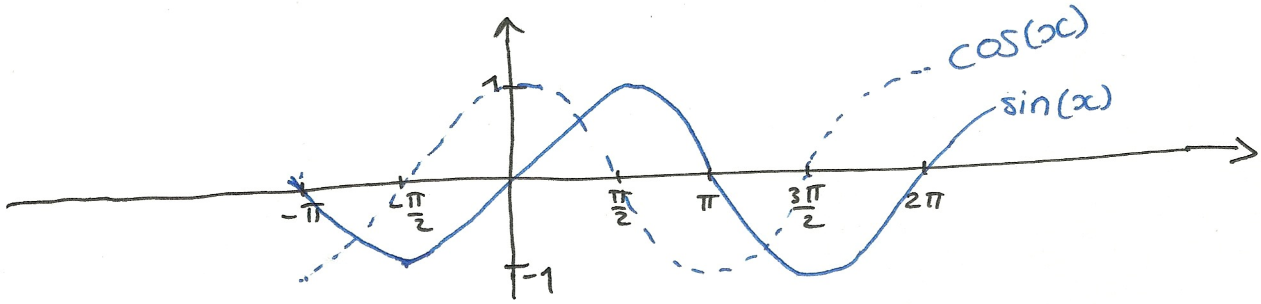


$-1 \leq \sin(x) \leq 1$

$-1 \leq \cos(x) \leq 1$

aber

$-\infty < \tan(x) < +\infty$



Einige Werte

- $\sin(0) = 0$
- $\sin(\frac{\pi}{2}) = 1$
- $\sin(\pi) = 0$
- $\sin(\frac{3\pi}{2}) = -1$

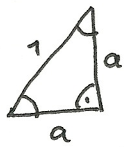
$\cos(0) = 1$

$\cos(\frac{\pi}{2}) = 0$

$\cos(\pi) = -1$

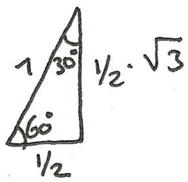
$\cos(\frac{3\pi}{2}) = 0$

- bei $x = \frac{\pi}{4}$ ($\hat{=} 45°$)



$\Rightarrow a = \frac{1}{2}\sqrt{2} \Rightarrow$ $\boxed{\cos(\frac{\pi}{4}) = \sin(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}\sqrt{2}}$

- bei $x = \frac{\pi}{3}$ ($\hat{=} 60°$)



$\boxed{\sin(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}\sqrt{3} \quad \cos(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}}$

- bei $x = \frac{\pi}{6}$ ($= 30°$) $\quad \sin(x) = \cos(\frac{\pi}{2} - x) \Rightarrow$ $\boxed{\cos(\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}\sqrt{3} \quad \sin(\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}}$

Wichtige Formeln

- $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$
- $\cos(-x) = \cos(x)$
- $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin(x)$
- $\sin(-x) = -\sin(x)$
- $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos(x)$
- $\sin(\pi - x) = \sin(x)$
- $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$

Funktionen - weitere Ergänzungen

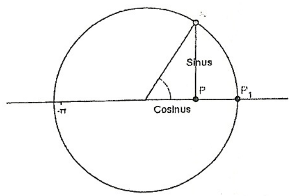
Übliche Bezeichnungen für reelle Funktionen $f\colon A \to \mathbb{R} | x \to f(x)$

- Das Element x heißt Stelle oder Argument oder Urelement von $f(x)$
- Das Element $f(x)$ heißt Funktionswert von f an der Stelle x oder Bildelement von x.
- Die Menge A heißt Definitionsmenge der Funktion f
- Die Menge $\mathbb{R}$ heißt Zielmenge der Funktion f
- Die Menge $f(A) = \{f(x) \in \mathbb{R} | x \in A\}$ heißt Wertemenge der Funktion f

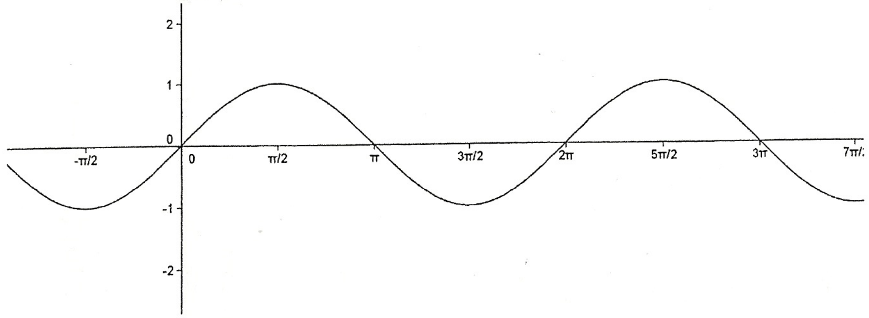
Eine Funktion $f\colon A \to B$ mit $A \subseteq \mathbb{R}$ und $B \subseteq \mathbb{R}$ nennt man eine reelle Funktion.

Winkelfunktionen (auch: Kreisfunktionen, trigonometrische Funktionen)

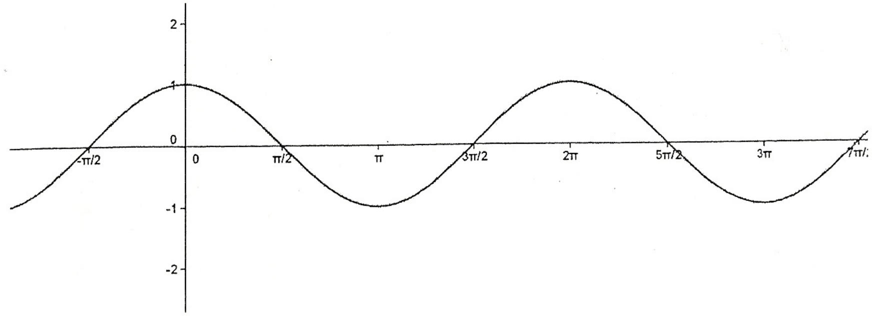
Erinnere an den Einheitskreis aus der fünften Klasse!



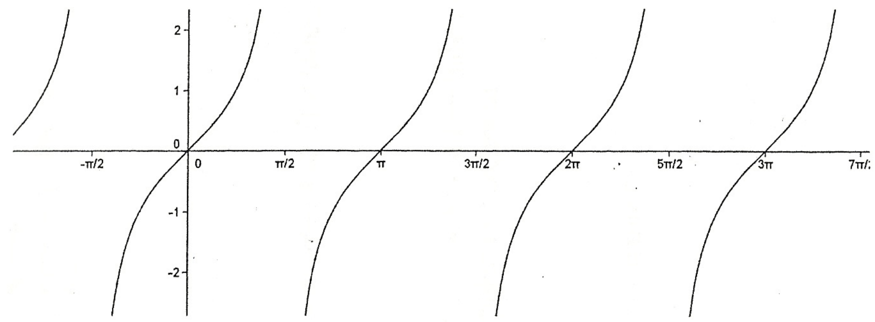
Sinusfunktion $sin\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon f(x) = \sin(x) = \sin x$



Cosinusfunktion $cos\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}\colon f(x) = \cos(x) = \cos x$



Tangensfunktion $tan\colon A \to \mathbb{R}\colon f(x) = \tan(x) = \tan x$, wobei $A = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm\frac{\pi}{2}, \pm\frac{3\pi}{2}, \pm\frac{5\pi}{2}, \dots\right\}$



- Der Sinus ist im 1. und 2.Quadranten positiv, im 3. und 4. negativ.
- Der Cosinus ist im 1. und 4.Quadranten positiv, im 2. und 3. negativ.
- Der Tangens ist im 1. und 3.Quadranten positiv, im 2. und 4. negativ.

Die Graphen wiederholen sich **periodisch**, das heißt es gibt eine positive Zahl p, sodass für alle $x \in A$ gilt: $f(x) = f(x + p)$. Diese Zahl p heißt dann Periode von f.

- Die Sinusfunktion hat die (kleinste) Periode 2π.
- Die Cosinusfunktion hat die (kleinste) Periode 2π.
- Die Tangensfunktion hat die (kleinste) Periode π.

Schranken: für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt:

- $-1 \leq sinx \leq 1$
- $-1 \leq cosx \leq 1$

Symmetrie: für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt:

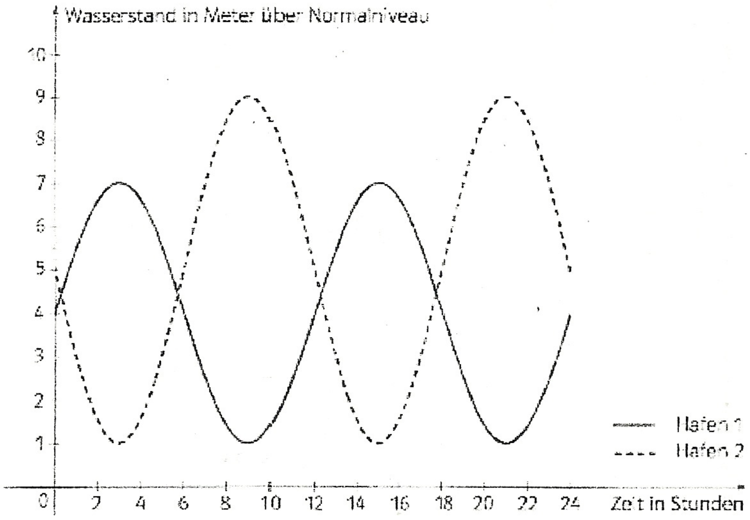
- $\sin(-x) = -\sin(x)$ Der Sinus ist eine ungerade Funktion.
- $\cos(-x) = \cos(x)$ f Der Cosinus ist eine gerade Funktion.

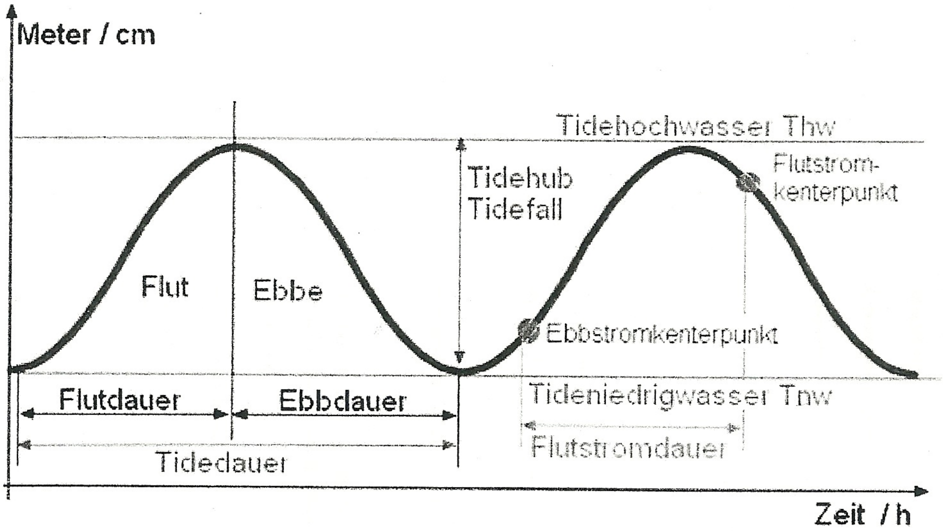
Beziehung zwischen Sinus und Cosinus:
Die Funktionen sind nur um einen Faktor auf der x-Achse verschoben!

- $\cos(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$
- $\sin(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

Anwendung $s(t) = a \cdot \sin(b \cdot t) + c$

In zwei Häfen werden die Wasserstände über den Zeitraum von einem Tag gemessen. Die erste Abbildung informiert näherungsweise über den Verlauf. Die zweite Abbildung klärt wichtige Begriffe zum Thema Gezeiten (Tide).





http://www.wattwandern-johann.de/wissen-f%C3%BCr-wattwanderer/ebbe-und-flut/

a) Lies aus der graphischen Darstellung über die Wasserstände von Hafen 1 und Hafen 2 die Flutdauer, die Ebbdauer, die Tidedauer sowie den Tidehub bzw. Tidefall ab!
Welcher Wasserstand wird in Hafen 1 bzw. Hafen 2 höchstens erreicht?

b) Die Funktion h_1 beschreibt den Wasserstand im Hafen 1, die Funktion h_2 den Wasserstand im Hafen 2 in Abhängigkeit von der Zeit t. Vervollständige die Termdarstellungen der beiden Funktionen!

$h_1(t) =$ ________ $\cdot \sin(0{,}52 \cdot t) + 4$ $\qquad$ $h_2(t) =$ ________ $\cdot \sin(0{,}52 \cdot t) + 5$

Deute bei der Funktion h_1 die additive Konstante 4 und bei h_2 die additive Konstante 5!

c) Beide Termdarstellungen sind von der Form $h(t) = a \cdot \sin(b \cdot t) + c$.
Warum weisen h_1 und h_2 den gleichen Wert b auf?