

Planungsblatt Mathematik für die 6A

Woche 27 (von 16.03 bis 20.03)

Aufgaben & Aufträge ¹

Bis Donnerstag 19.03:

Bereite die SA gut vor! Bitte achtet beim Lernen auf die Grundkompetenzen!

Bis Freitag 20.03:

Abzugeben:

(a) Gegeben ist die Folge $a_0 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n$. Finde eine Formel für a_n und berechne die ersten 5 Glieder der Folge.

(b) Gegeben ist die Folge $a_n = (n+2)(n+3)$, $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$. Finde einen Ausdruck für $a_{n+1} - a_n$ und gib damit eine rekursive Darstellung der Folge an!

(c) Betrachte die Folgen $a_{n+1} = a_n + n + 1$ (mit $a_0 = 0$), $b_n = a_n^2$ und $c_{n+1} = c_n + n^3$, mit $c_0 = 0$. Berechne die ersten fünf Glieder von diesen Folgen und vergleiche sie; stelle damit eine Hypothese auf!

Bis Dienstag 24.03:

Erledige die Aufgaben, die wir in der Stunde angefangen haben: 10.18(a)(b)(c), 10.22(a) (b)(f), 10.24(a), 10.28(a), 10.29(a).

Kernbegriffe dieser Woche:

Folgen: monoton steigend / fallend, beschränkt, Oberschranke, Unterschranke, arithmetische / geometrische Folge.

Vektoren in 3D; Addition, Streckenteilung, Mittelpunkte und Schwerpunkte, Skalarprodukt

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

(a) Dienstag: (i) HÜ-Bespr. und Fragemöglichkeit (ii) nachdem 10.09(a), 10.10(a), 10.12(a), 10.14(b), 10.15(a), 10.17(a)(b) alle fertig besprochen sind, fangen wir mit einer Übung an, die uns gut auf die SA vorbereitet – siehe unten!

(b) Donnerstag: SCHULARBEIT!!!

(c) Freitag: (i) HÜ-Bespr. (ii) 10.18(a)(b)(c), 10.22(a) (b)(f), 10.24(a), 10.28(a), 10.29(a), (iii) Erklärung zum Skalarprodukt

Def. Das Skalarprodukt (das innere Produkt) zweier Vektoren ist $(a_1|b_1|c_1) \cdot (a_2|b_2|c_2) = a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2$. Achtung, aus zwei Vektoren wird eine Zahl!

Def. Zwei Vektoren \vec{a} und \vec{b} sind parallel, genau dann, falls es eine Zahl $r \neq 0$ gibt, sodass $\vec{a} = r \vec{b}$.

Def. Der Betrag eines Vektors $\vec{a} = (a|b|c)$ ist die Zahl $|\vec{a}| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$. Achtung: Der Betrag ist immer positiv.

Unterlagen auf www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html

¹Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Aufgaben vor der 3. SA

1. Von der Funktion $f(x) = 3 \sin(x)$ ist zu berechnen, wie lange das Teilintervall von $[0, 2\pi]$ ist, in welchem $f(x) > 1$ gilt.
2. Skizziere die Funktion $g(x) = 4 \cos^2(x)$ auf dem Intervall $[0, 4\pi]$ und finde eine Form $g(x) = a \cdot \cos(bx) + c$, sodass du die Frequenz von g bestimmen kannst.
3. Auf dem Intervall $[0, \pi]$ ist die Funktion $h(x) = 2 \cos(x) + 1$ auch negativ. Gib ein Intervall an, in welchem h negativ ist.
4. Sind die Frequenzen von $f_1(x) = \sin(x)$ und $f_2(x) = \sin^2(x)$ gleich? Entscheide anhand der Graphen von f_1 und f_2 !
5. Die Funktion $f(x) = \cos(2x) + \cos(3x)$ ist periodisch. Bestimme die Periode!
6. Verallgemeinere: Seien $m, n \in \mathbb{N}$, bestimme die Periode von $\sin(2\pi mx) + \sin(2\pi nx)$.
7. Der Graph einer linearen Funktion m geht durch $(5|0)$ und $(0|2)$. Bestimme k und d in $m(x) = kx + d$.
8. Von einer Geraden $l: ax + by = c$ ist bekannt, dass $(4|0) \in l$ und $(1|2) \in l$. Gib a , b und c an! (Achtung: die Antwort ist nicht eindeutig, sodass du einen Wert festlegen kannst! Nimm zB $c = 4$, oder wähle $c = 8$.)
9. Finde die Nullstellen der quadratischen Funktion $q(x) = x^2 + 17x - 10$.
10. Finde die Nullstellen der quadratischen Funktion $p(x) = \frac{2}{13}(x - 12)(x - 13)$.

Buchaufgaben

- **Potenzen, Wurzeln und Logarithmen:** Seiten 6 und 7, 1.02(a)(b), 1.05, 1.06(a)(b), 1.07(a)(f), 1.08(a)(f), 1.09(a)(d), 1.11, 1.13(a)(b), 1.14(a)(c), 1.15(a), 1.16(a), 1.17(a), 1.20, 1.23, 1.24, 1.26, 1.27(a)(b)(c), 1.29(a)(b), 1.30(a)(b)(c)(d)(e)(h), 1.31, 1.32, 1.34(a)(b)(c)(d), 1.42(a)(b)(c)(d), 1.43(b), 1.44(d)(e), 1.50(a)(b)(c), 1.54, 1.56(a), 1.61, 1.62, 1.64, 1.65, 1.66, 1.73 ($V = \frac{4}{\pi}r^3$), 1.75, Seiten 16 und 17 mit gleich folgender Info $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$; 1.78(a), 1.79, 1.80, 1.81 (alles), 1.85(a)(b), 1.86(a)(b), 1.88(a), 1.92(a)(b), 1.93, 1.99(a)(b), 1.105(a)(b)(c), 1.107(a)(b), 1.111(a), 1.112(a), 1.113(a)(c), 1.118, 1.122, 1.130(a)(c), 1.131(a)(b), 1.132(c), Seite 24; 1.135 und 1.138 alle Teilaufgaben, 1.142(a)(b), 1.143(a)(b)(c), 1.144(a)(c), 1.146, 1.149; Seiten 28 und 29 ganz genau! 1.152, 1.153, 1.154, 1.156, 1.158, 1.159, 1.160(a), 1.161(a), 1.163(a)(b)(c)(d), 1.168, 1.172. Grundwissen 1.174 bis 1.183; Grundkompetenzen 1.184, 1.186, 1.187, 1.190, 1.192, 1.194, 1.196, 1.197, 1.198.
- **Ungleichungen:** 2.02, 2.04, 2.05(a), 2.06(a)(i)(k), 2.08, 2.09, 2.11, 2.14, 2.16 und 2.17. Zudem: Kapitel 2.3
- **Folgen:** 7.01(a)(d), 7.05(a)(d), 7.07(a)(c), 7.09(c), 7.12(a)(f), 7.24(a), 7.25(a), 7.36, 7.39(a), 7.40(a), 7.51(a), 7.52(a), 7.53
- **Räumliche Geometrie:** 10.05(a), 10.06(a), 10.07(a), 10.09(a), 10.10(a), 10.12(a), 10.14(b), 10.15(a), 10.17(a)(b), 10.18(a)(b)(c), 10.22(a) (b)(f), 10.24(a), 10.28(a), 10.29(a), 10.32, 10.34, 10.35(a)(b)(c), 10.37(a)(b), 10.38, 10.39, 10.54 (Typ II), 10.60(a)(b)(c), 10.61(a), 10.62(a), 10.99 und weitere GK-Aufgaben von Abschnitt 10.6.

Fragenkatalog für SWH's

- (1) Gib die Definition von (a) monoton steigende Funktionen, (b) symmetrische Funktionen, (c) Periode, (d) eine Extremstelle einer Funktion.
- (2) Entscheide, ob symmetrisch, antisymmetrisch oder keines von den beiden: (a) $f(x) = x^2$, (b) $f(x) = 2x - 1$, (c) $f(x) = 3x$, (d) $f(x) = x^2 + x^4$, (e) $f(x) = 3x^3$.
- (3) Zeichne einen Graphen einer Funktion, die nicht stetig ist. (Du musst keine Formel geben!)
- (4) Welche lineare Funktionen sind antisymmetrisch, und welche sind symmetrisch?
- (5) Zeichne den Graphen der Funktion $f(x) = |x|$.
- (6) Auf welchem Intervall ist die Funktion $f(x) = x^2$ monoton steigend? (a) $[-2, 2]$, (b) $(0, 1)$, (c) $[-2, -1)$, (d) $(1, 2)$.
- (7) Finde die Stelle, wo die Funktion $f(x) = (x - 1)^2$ eine Extremstelle hat!
- (8) Welche der Funktionen hat/haben ein globales Maximum? (a) $f(x) = x^2$, (b) $f(x) = -x^2$, (c) $f(x) = 2x + 1$, (d) $f(x) = x^3 - 16x$, (e) $f(x) = |x|$, (f) $f(x) = -|x|$.
- (9) Bilde einen richtigen mathematischen Satz: Eine *symmetrische* / *antisymmetrische* Funktion f hat einen Graphen, der spiegelsymmetrisch bezüglich *Spiegelungen an der x-Achse* / *Spiegelungen an der y-Achse* / *Punktspiegelungen am Ursprung* ist, und es gilt $f(-x) = -f(x)$ / $f(-x) = f(x)$.
- (10) Bestimme die Periode von $f(x) = \sin(3x)$, $g(x) = 4 \cos(5x) + 7$ und (!!) $h(x) = -3 \cos(2x) + 3 \sin(3x)$. [Hinweis: bestimme zuerst die Periode von $\cos(2x)$ und $\sin(3x)$. Danach wirst du ggT oder kgV brauchen können.]
- (11) Bestimme das Intervall, in welchem die Werte der Funktion $f(x) = 9 \sin(x) + 3$ liegen. [Hinweis: $-1 \leq \sin(x) \leq 1$, also $-9 \leq 9 \sin(x) \leq 9$.]
- (12) Sei f eine periodische Funktion $f(x) = a \sin(bx) + d$. Gib a , b und d an, sodass f Periode 4, Amplitude 5 und $f(0) = -1$ hat.
- (13) Finde alle Werte von x , sodass $4 \cos(3x) = 1$.
- (14) Gib die Extremstellen von $f(x) = 2 \sin(3x) + 4$ an.
- (15) Gib die Nullstellen von $f(x) = 3 \sin(4x) + 5$ an.
- (16) Welche der Funktionen ist symmetrisch? (a) $f(x) = \sin(x) \cos(x)$, (b) $g(x) = \frac{1}{1 + \sin^2(x)}$, (c) $h(x) = \frac{x}{\cos(x)}$, (d) $k(x) = \cos(x) + x \tan(x)$.
- (17) Für welche x gilt $\sin(x) = \cos(x)$?
- (18) Zeichne den Graphen von $f(x) = 2 \cos(4x) + 1$ auf dem Intervall $[-\pi, \pi]$.