

# Grundkompetenzen für M5, M6 und M7

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Hier findest du wieder einen Text mit viel Information. Warum es anschauen? Weil es um **deine Matura** geht! Die viel besprochenen Grundkompetenzen spielen eine wichtige Rolle, und obwohl wir uns jetzt nicht nur auf diese Grundkompetenzen beschränken sollen, werden wir uns ausführlich mit ihnen beschäftigen, damit sie für uns als Basis, als Gerüst, als sicherer Hafen funktionieren können. Hier unten siehst du aufgelistet: **die Grundkompetenzen, die du am Ende der sechsten Klasse erworben haben solltest**. Achtung: ich habe die Formulierung teilweise angepasst, sodass dies als Dennis' Version der Grundkompetenzen gesehen werden kann, aber dabei ist es natürlich schon so, dass ich den Inhalt nicht geändert habe – bei Fehlformulierungen werde ich gerne die Formulierung ändern. Den originalen Text findest du mit Sicherheit im Internet! Ich hoffe, diese Version ist hilfreich für dich!

## Grundbegriffe der Algebra

(AG 1.1) Wissen über folgende Zahlenmengen einsetzen können: natürliche Zahlen, ganze Zahlen, rationale Zahlen, reelle und komplexe Zahlen.

(AG 1.2) Wissen haben und anwenden können bzgl. : Variable, Terme, Formeln, Ungleichung, Gleichung, Gleichungssysteme, Äquivalenz von Gleichungen, Äquivalenzumformung, Lösbarkeit. NB: der Begriff 'Lösung' wird nicht explizit erwähnt, ist aber auch als Kernbegriff zu sehen.

(AG 2.1) Terme und Formeln aufstellen, umformen und interpretieren können – falls Kontext da ist.

(AG 2.2) Lineare Gleichungen aufstellen, umformen, lösen können. Gleichung und Lösung auch interpretieren können, falls ein Kontext gegeben ist.

(AG 2.3) Quadratische Gleichungen aufstellen, umformen können. Die Lösungen finden; wissen, wie viele es gibt. Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können.

(AG 2.4) Lineare Ungleichungen aufstellen, umformen, lösen und interpretieren können. Lösungen deuten können – auch geometrisch.

(AG 2.5) Lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aufstellen, interpretieren, umformen. Lösungen finden können und wissen, wie viele es gibt, oder geben kann. Lösungen und Lösungsfälle deuten – auch geometrisch.

(AG 3.1) Vektoren als Zahlentupel verstehen, einsetzen und im Kontext deuten können.

(AG 3.2) Vektoren als geometrische Objekte deuten und verstehen – diese Idee auch anwenden können. Hier geht es um Vektoren als Vorschrift, um von einem Punkt zu einem anderen zu gehen  $\vec{AB} = B - A$ , aber auch um Vektor als Pfeil vom Ursprung zu einem Punkt:  $\vec{A} = (x|y)$  als Verbindung zwischen  $(0|0)$  und  $(x|y)$ .

(AG 3.3) Wissen haben und dies anwenden können und sogar (geometrisch) deuten können bei: Vektoraddition, Multiplikation zwischen Zahl und Vektor, Skalarmultiplikation (a.k.a. Skalares Produkt).

(AG 3.4) Geraden durch Parametergleichung oder durch Normalform ( $ax + by = c$ ) in zwei und drei Dimensionen angeben und interpretieren können. Lagebeziehungen für Gerade-Gerade, Gerade-Punkt analysieren können, Schnittpunkte ermitteln können.

(AG 3.4) Normalvektoren in zwei Dimensionen aufstellen, anwenden und interpretieren können.

(AG 4.1) Definitionen von Sinus, Cosinus und Tangens in rechtwinkligen Dreieck wissen und anwenden

können.

(AG 4.2) Definitionen von Sinus, Cosinus und Tangens für Winkel größer als 90 Grad kennen und anwenden können. Das heißt, nicht nur in rechtwinkligen Dreiecken, sondern in allen Dreiecken müssen Sinus, Cosinus und Tangens bekannt sein und angewandt werden können. Meines Erachtens und vor allem in Hinblick auf den Stoff der sechsten Klasse bedeutet dies, man sollte geschickt mit dem Einheitskreis arbeiten können, denn nur so kann man sinnvoll diese Definitionen auf stumpfe Winkel erweitern.

## **Funktionale Abhängigkeit**

(FA 1.1) Für gegebene Zusammenhänge entscheiden können, ob man sie als Funktion betrachten kann.

(FA 1.2) Formeln als Darstellung von Funktionen interpretieren und dem Funktionstyp zuordnen können.

(FA 1.3) Zwischen tabellarischen und grafischen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge wechseln können.

(FA 1.4) Aus Tabellen, Graphen und Gleichungen von Funktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können.

(FA 1.5) Eigenschaften von Funktionen erkennen, benennen, im Kontext deuten und zum Erstellen von Funktionsgraphen einsetzen können: Monotonie (ob nur steigend oder nur fallend), Monotoniewechsel (= lokale Extrema – von steigend zu fallend oder umgekehrt), Wendepunkte, Periodizität, Achsensymmetrie, asymptotisches Verhalten, Schnittpunkte mit den Achsen.

(FA 1.6) Schnittpunkte zweier Funktionsgraphen grafisch und rechnerisch ermitteln und interpretieren können.

(FA 1.7) Funktionen als mathematische Modellen verstehen und dementsprechend einsetzen können.

(FA 1.8) Durch Gleichungen und Formeln gegebene Funktionen mit mehreren Veränderlichen (also auch Parameter wie  $a$  und  $b$  in  $f(x) = ax^b$ ) deuten und Funktionswerte ermitteln.

(FA 1.9) Einen Überblick über die wichtigsten Typen mathematischer Funktionen geben und ihre Eigenschaften wissen und vergleichen können. Dazu zählen wir: lineare Funktionen, Potenzfunktionen, Wurzelfunktion, Polynome, Exponentialfunktionen, trigonometrische Funktionen.

(FA 2.1) Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch Gleichung(en) gegebene lineare Zusammenhänge als lineare Funktionen erkennen bzw. betrachten; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können.

(FA 2.2) Aus den verschiedenen Darstellungsformen von FA 2.1 die Parameter ‘Steigung’ (oft mit  $k$  angedeutet) und ‘Achsenabschnitt’ (oft mit  $d$  angedeutet) ermitteln und deuten.

(FA 2.3) Diese Parameter  $k$  und  $d$  von FA 2.2 in unterschiedlichen Kontexten deuten und erkennen.

(FA 2.4) Falls  $f(x) = kx + d$  eine lineare Funktion folgende Eigenschaften kennen und deuten:  $f(x+1) = f(x) + k$  und  $\frac{\Delta f}{\Delta x} = k$ ,  $f'(x) = k$ .

(FA 2.5) Die Angemessenheit einer Beschreibung mittels linearer Funktionen bewerten.

(FA 2.6) Direkte Proportionalitäten als  $f(x) = kx$ , also als besondere Form einer linearen Funktion, beschreiben.

(FA 3.1) Verbal, tabellarisch, grafisch oder durch Gleichung(en) gegebene Potenzfunktionen und Wurzelfunktionen erkennen bzw. betrachten; zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können.

(FA 3.2) Aus diesen Darstellungsformen von FA 3.1 die Parameter  $a$  und  $b$  in  $f(x) = ax^p + b$  oder  $f(x) = a\sqrt{x} + b$  ermitteln und im Kontext deuten.

(FA 3.3) Die Wirkung der Parameter  $a$  und  $b$  von FA 3.2 kennen und deuten.

(FA 3.4) Indirekte Proportionalitäten als Potenzfunktion  $f(x) = \frac{a}{x} = ax^{-1}$  beschreiben.

(FA 4.1) Den Zusammenhang zwischen dem typischen Verlauf eines Graphen einer Polynomfunktion und dem Grad wissen und erkennen.

(FA 4.2) Zwischen tabellarischen und grafischen Darstellungen einer Polynomfunktion wechseln.

(FA 4.3) Aus verschiedenen Darstellungsformen einer Polynomfunktion und insbesondere aus einer Gleichung einer quadratischen Funktion Argumente und Funktionswerte ermitteln können. Also, du musst etwas mit so einer Polynomfunktion anfangen können, darüber nachdenken können, sie geschickt anwenden können, egal wie sie dargestellt wird, solange es eine übliche Darstellung ist.

(FA 4.4) Den Zusammenhang zwischen Grad, Anzahl der Nullstellen, Extremstellen und Wendestellen wissen.

(FA 5.1) Aus den üblichen Darstellungsformen exponentielle Zusammenhänge erkennen, betrachten; zwischen Darstellungsformen wechseln.

(FA 5.2) Aus den üblichen Darstellungsformen Wertepaare ermitteln und im Kontext deuten.

(FA 5.3) Die Wirkung der Parameter  $a$  und  $b$  in  $y = ae^{bx}$  und  $y = ab^x$  kennen und deuten.

(FA 5.4) Die Eigenschaften  $f(x+1) = bf(x)$  für  $f(x) = ab^x$  wissen können. Wissen dass die Ableitung von  $e^x$  wieder  $e^x$  selbst ist.

(FA 5.5) Die Begriffe *Halbwertszeit* und *Verdopplungszeit* kennen, die entsprechenden Werte berechnen und im Kontext deuten.

(FA 5.6) Bewerten, wie angemessen eine Beschreibung mittels Exponentialfunktionen ist.

(FA 6.1) Funktionen vom Typ  $f(x) = a \sin(bx)$  aus üblichen Darstellungsformen erkennen und betrachten; zwischen verschiedenen Darstellungsformen wechseln.

(FA 6.2) Aus Graphen und Gleichungen von allgemeinen Sinusfunktionen Werte(paare) ermitteln und im Kontext deuten können. Dies bedeutet auch, zu wissen, dass in  $f(x) = a \sin(bx)$  die Auslenkung durch  $a$  und die Periode durch  $\frac{2\pi}{b}$  gegeben ist, also auch, dass die Frequenz  $\frac{b}{2\pi}$  ist.

(FA 6.3) Siehe FA 6.2: Die Wirkung der Parameter  $a$  und  $b$  in  $f(x) = a \sin(bx)$  kennen und deuten können – also Frequenz, Auslenkung, Periode.

(FA 6.4) Periodizität als charakteristische Eigenschaft kennen und deuten.

(FA 6.5) Wissen dass  $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos(x)$ . Achtung: folgende sind auch sehr sinnvoll, und werden dir bei vielen Problemen direkt helfen können:  $\sin(-x) = -\sin(x)$  [asymmetrisch],  $\cos(-x) = \cos(x)$  [symmetrisch],  $\sin(\pi - x) = \sin(x)$  [spiegeln an  $y$ -Achse] und  $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$  [spiegeln an  $y$ -Achse]. Letzte Eigenschaften kann man direkt aus der Definition mit dem Einheitskreis herleiten und sind daher auch Basiswissen, nur halte ich es für sinnvoll, dass du diese Eigenschaften weißt, sonst muss man ständig kompliziert überlegen.

(FA 6.6) Wissen, dass die Ableitung von  $\sin(x)$  die Funktion  $\cos(x)$ , und die Ableitung von  $\cos(x)$  die Funktion  $-\sin(x)$  ist.

## Analysis

(AN 1.1) Absolute und relative, bzw prozentuelle Änderungsmaße unterscheiden und anwenden. NB1: Absolut ist  $\Delta y = y_2 - y_1$ , also der normale Unterschied. Relativ bedeutet mit Bezug auf den Startwert also  $\frac{\Delta y}{y} = \frac{y_2 - y_1}{y_1}$ , was du also in prozentuelle Änderung umschreiben kannst. NB2: Die Differenz zwischen zwei Zahlen (Daten, Funktionswerte, ...) ist der Betrag des absoluten Unterschieds, also  $|\Delta y|$ , so wie in *Die Differenz zwischen 2 und 5 ist 3*.

(AN 1.2) Den Zusammenhang Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate) Differentialquotient ("momentane" Änderungsrate) auf der Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffes kennen und damit (verbal sowie in formaler Schreibweise) auch kontextbezogen anwenden können.

(AN 1.3) Den Differenzen- und Differentialquotienten in verschiedenen Kontexten deuten und entsprechende Sachverhalte durch den Differenzen- bzw. Differentialquotienten beschreiben können.

(AN 2.1) Einfache Regeln des Differenzierens kennen und anwenden können: Potenzregel, Summenregel, Regeln für  $(k \cdot f(x))'$  und  $(f(k \cdot x))'$  (vgl. Inhaltsbereich Funktionale Abhängigkeiten).

(AN 3.2) Den Zusammenhang zwischen Funktion und Ableitungsfunktion (bzw. Funktion und Stammfunktion) in deren grafischer Darstellung (er)kennen und beschreiben können.

(AN 3.3) Eigenschaften von Funktionen mit Hilfe der Ableitung(sfunktion) beschreiben können: Monotonie, lokale Extrema, Links- und Rechtskrümmung, Wendestellen.

## Wahrscheinlichkeit und Statistik

(WS 1.1) Werte aus üblichen Darstellungen ablesen und im Kontext deuten. Dieser Punkt ist hier vage: Du musst halt mit verschiedenen Diagrammen und Tabellen etwas anfangen können. Nimm halt mehrere Wikipedia-Artikel, einige Zeitungen und finde dort die Kreisdiagramme, Balkendiagramme und andere Formen. Mit ihnen musst du arbeiten können. Natürlich gibt es eine Liste von Diagrammen, aber sie umfasst fast mehr als mir (und vielleicht dann auch euch) lieb ist; besser, wir arbeiten einfach gut damit!

(WS 1.2) Tabellen und einfache statistische Grafiken selbst erstellen und zwischen diesen Darstellungsformen wechseln können.

(WS 1.3) Folgende statistische Kennzahlen kennen, anwenden, ermitteln und deuten: absolute/relative Häufigkeit, arithmetisches (und geometrisches) Mittel, Median, Modus, Quartile, Spannweite, empirische Varianz, Standardabweichung. Achtung: die Standardabweichung ist ein schwieriges Ding, als Zwischenform halte ich es für sinnvoll, sich auch einige Zeit mit der absoluten Abweichung vom Mittelwert zu beschäftigen:  $w = \sum_i |X_i - \mu|$  wobei  $\mu$  der Mittelwert ist.

(WS 1.4) Definition und wichtige Eigenschaften des arithmetischen Mittels und des Medians angeben und deuten; Quartile ermitteln und deuten; die Verwendung einer bestimmten Kennzahl bewerten, begründen können – du weißt somit, wann welche Kennzahl angebracht ist.

(WS 2.1) Grundraum und Ereignisse in angemessenen Situationen verbal und formal angeben.

(WS 2.2) Relative Häufigkeit als Schätzwert von Wahrscheinlichkeit wissen und anwenden.

(WS 2.3) Wahrscheinlichkeiten mit der Laplace-Interpretation und der Annahme der Symmetrie berechnen und interpretieren; Additionsregel und Multiplikationsregel anwenden und interpretieren.

(WS 2.4) Binomialkoeffizient berechnen und interpretieren können.

(WS 3.1) Die Begriffe Zufallsvariable, (Wahrscheinlichkeits-)Verteilung, Erwartungswert und Standardabweichung verständlich deuten und einsetzen können.

(WS 3.2) Binomialverteilung als Modell einer diskreten Verteilung kennen Erwartungswert sowie Varianz/Standardabweichung binomialverteilter Zufallsgrößen ermitteln können, Wahrscheinlichkeitsverteilung binomialverteilter Zufallsgrößen angeben können, Arbeiten mit der Binomialverteilung in anwendungsorientierten Bereichen.

(WS 3.3) Situationen erkennen und beschreiben können, in denen mit Binomialverteilung modelliert werden kann.

(WS 3.4) Normalapproximation der Binomialverteilung interpretieren und anwenden können. Achtung  $np(1-p) \geq 9$  gilt als Faustregel. Stetigkeitskorrektur nicht notwendig.