HORNER-IDENTITÄTEN & $\frac{dy}{dx}$

1) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

2) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$:) aber jetzt...

3) $a^3-b^3=(a^2+ab+b^2)(a-b)$

<u>BEWEIS</u>:

$$\begin{array}{rl} a(a^2+ab+b^2) = & a^3+a^2b+ab^2 \\ b(a^2+ab+b^2) = & \quad\; a^2b+ab^2+b^3 \quad - \\ \hline & a^3 \quad .. \quad .. \quad -b^3 \end{array}$$

4) $a^4-b^4=(a^3+a^2b+ab^2+b^3)(a-b)$

5) $a^5-b^5=(\underbrace{a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4}_{5\text{ Terme !}})(a-b)$

$\vdots$

100) $a^{100}-b^{100}=(\underbrace{a^{99}+a^{98}\cdot b+a^{97}\cdot b^2+\ldots+a\cdot b^{98}+b^{99}}_{100\text{ Terme}})(a-b)$

Daher

3) $y=x^3$ $\quad \left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)=\frac{a^3-b^3}{a-b}=a^2+ab+b^2$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=a}=\lim_{b\to a}(a^2+ab+b^2)=3a^2$$

4) $y=x^4$ ähnlich $\quad \frac{dy}{dx}(x)=\lim_{b\to x}\frac{b^4-x^4}{b-x}=$

$$=\lim_{b\to x}(x^3+x^2b+xb^2+b^3)=4x^3$$

5) $\boxed{y=x^n \Longrightarrow \frac{dy}{dx}(x)=\ldots=n\cdot x^{n-1}}$ a first golden rule of differentiation