

# Planungsblatt Mathematik für die 7D

Woche 16 (von 15.12 bis 19.12)

---

## Aufgaben & Aufträge <sup>1</sup>

---

### **Bis Mittwoch 17.12:**

Bereite die SA wirklich richtig vor!!! Benutze alle Dokumente dazu!!!

### **Bis Freitag 19.12:**

- (i) Schau dir die Korrektur zur Prüfungssituation, zur Schularbeit an, und lerne diese!!!
- (ii) Betrachte Funktion  $f(x) = e^{-x} \cos(\pi \cdot x)$  Diskutiere Nullstellen, Extremstellen, globales Verhalten, den Graphen, Periode. ACHTUNG: Vor allem nicht viel berechnen!!!

### **Bis Dienstag 23.12:**

- (i) SA-Analyse abgeben.
- (ii) Drucke dir die PDF-Files, die auf dem SA-Stoff standen, aus, und nehme sie mit. Ich werde euch ein Programm für die Weihnachtsferien erstellen!

---

## Kernbegriffe dieser Woche:

Differentialquotient, Differenzenquotient, mittlere Steigung auf Intervall, Steigung in einem Punkt, Sekante, Tangente, Produktregel, Verknüpfungsregel, Analyse von Funktionen, globales Verhalten, Extremstellen, Limes, Einhüllende,  $A \cdot \sin(B \cdot x) + C$ .

---

---

## Ungefähre Wochenplanung

---

### **Schulübungen.**

- (a) Dienstag: (i) HÜ Bespr. mit Korrektur (ii) Fragenrunde, (iii) Analyse der Prüfungssituationen: Siehe unten:
- (b) Mittwoch: SCHULARBEIT
- (c) Freitag: (i) HÜ Bespr. (ii) SA-Besprechung, (iii) Analyse von Funktionen mit Ableitungen weiterführen: 3.07, 3.12(c), 3.14(e), 3.15 zB, und 3.28(d)(g)(f), 3.40(a)(b)(c), so wie auch 3.43 und 3.44

Unterlagen auf [www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html](http://www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html)

---

<sup>1</sup>Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

---

## Fehleranalyse der PFS am 12.12

---

- Wenn eine Funktion von der Form  $f = F \cdot G$  ist, dann  $f = 0$  genau dann wenn  $F = 0$ , oder  $G = 0$ . Zum Beispiel  $f(x) = (x - 1)(x - 2) = 0$  niemals ausmultiplizieren!
- Wenn zwei Punkte  $A = (a|u)$  und  $B = (b|v)$  gegeben sind, Steigung der Geraden durch  $A$  und  $B$ :  $\frac{v-u}{b-a}$ . Auch wenn eine Funktion gegeben ist, sodass es eine Sekante wird, gilt diese Methode. Bei Aufgabe 3 war die Funktion an sich überflüssig!!!
- Kettenregel / Verknüpfungsregel wurde nicht angewandt bei  $\cos(2x)$ ,  $\cos(1,2 \cdot \pi \cdot t)$ , ...!
- Produktregel wurde nicht angewandt bei zB  $x^2 e^{-x}$ .
- Cosinus- und Sinusfunktion werden nicht genügend verstanden. Pass auf, da ist viel Grundwissen dabei: Nullstellen von Sinus und Cosinus, Maximum und Minimum, Extremstellen von ihnen, den Graphen von ihnen, Tageslängeformel ... Die Parameter  $A$ ,  $B$ , und  $C$  in  $A \cdot \sin(Bx) + C$  sind zu verstehen, das ist eine Grundkompetenz!!! Daher: Periode  $\frac{2\pi}{B}$ , Mittelwert  $C$  und die Funktion bewegt sich zwischen  $C + A$  und  $C - A$ . Spiele damit und übe dich damit, zB mithilfe von Google!
- Die Bedeutung der Ausdrücke wie bei Aufgabe 13.
- Das Ausformulieren von mathematischen Ausdrücken in Worten wird nicht verstanden. Mathe ist nicht nur  $3 + 19$  ausrechnen können, sondern auch die Übersetzungen und Bedeutungen der Ausdrücke kennen! Mathematik ist erfunden worden, um Anwendungen zu dienen, daher ist die Brücke zum Alltagsdenken, zum Problem-Lösungsweg-Denken extrem wichtig. Aufgabe 7 und 8 waren katastrophal ... leider.
- Ein Wendepunkt: Linkskrümmung wird Rechtskrümmung, also  $f'' = 0$ . Keine Änderung im Monotonieverhalten notwendig. Letzteres bei Extremstellen.
- Links- / Rechtskrümmung. Nicht vergessen  $f'' > 0$  und  $f'' < 0$  – suche selbst heraus, was was ist! Die Skizzen dazu waren oft sehr falsch: meistens waren beide von derselben Art, nur Linkskrümmung vor Extremum und Linkskrümmung nach Extremum.
- Monoton vs. Streng monoton:  $y = 2$  ist monoton, nicht streng monoton.  $y = x^3$  ist monoton, nicht streng monoton,  $y = x$  ist streng monoton.
- Wenn du etwas zeigen musst, darfst du die Zwischenschritte nicht weglassen. Siehe Aufgabe 21: da musste man dann  $F'$  schon geben, weil sonst immer gesagt werden kann  $0 = 0$ , also fertig, ...
- Letzte Frage war trivial: Minimum, also Steigung ist Null. Wurde nicht gesehen!!!
- Winkel ausrechnen ist oft nicht gegangen.
- Eine Gerade aufstellen: heißt,  $k$  und  $d$  in  $y = kx + d$  finden. Wie können  $k$  und  $d$  dann bei manchen Personen  $x$  enthalten? Wenn Punkt  $(a|b)$  auf dem Graphen liegt, hat man die Bedingung  $b = ka + d$ .  $k$  rechnet man oft mit einer Steigungsbedingung aus. ZB Tangente in  $(a|b)$ , dann  $k = f'(a)$ .
- Wenn  $f(x)$  gegeben, dann kann man  $f(1)$  ausrechnen. Ist eine Zahl. So auch, Steigung bei  $x = 1$ , dann zuerst  $f'(x)$  finden, dann für  $x$  die Zahl 1 einsetzen, ergibt Zahl!
- Allgemeines Verständnis von Funktionen fehlt. Wiederholen bitte!!!
- Bitte bei Regeln auch einige Worte, nicht nur die Formeln hinschreiben: ZB Wenn  $f(x) = g(x)h(x)$ , dann ... Formulierungen sollen gut lesbar und schön laufen. Vollständigkeit in Formulierungen ist auch Denkwerk!

---

## Buchaufgaben

---

Liebe SchülerInnen,

Hier findest du eine Liste mit Buchaufgaben, die ich vorhabe, im Unterricht und in den Hausübungen zu behandeln. Diese Liste führe ich jeweils bis zu einer Schularbeit, damit der Schularbeitsstoff auch schon deutlich abzulesen ist. So hast du einen Überblick über die Aufgaben, die ich machen möchte, und die wir gemacht haben. Nach einer Schularbeit lösche ich diese Aufgaben dann, und dann kommen hier die Aufgaben für die nächste Schularbeit. **ACHTUNG:** Da Unterricht keine leicht vorhersagbare Sache ist, werde ich diese Liste langsam ‘anbauen’ (Thema nach Thema zum Beispiel) und gegebenenfalls anpassen. Sie ist somit gut als ‘Führer’ zu sehen, und nicht als ‘Gesetz’. Oh ja, bevor ich es vergesse: Ich erstelle auch selbst viele Aufgaben. Und dazu: Ich benutze auch noch andere Bücher. Daher ist diese Liste wirklich nur die Liste der Aufgaben aus dem Buch “Mathematik Verstehen 7”. Also, nur Teil des Stoffes einer SA. Aber das ist wahrscheinlich schon selbstverständlich.

- **Polynome:** 1.06(a)(b), 1.08(a), 1.09(a), 1.11(a)(b), 1.13, 1.20 bis 1.25, 1.27, 1.30 (Die Aufgabe ist FALSCH formuliert, und nach den komplexen Zahlen solltet ihr das schon einsehen!), 1.32
- **Änderungsrate:** 2.02, 2.03, 2.05, 2.06, 2.08, 2.10(a), 2.11, 2.14, Seiten 18& 19, 2.15, 2.17(a), 2.19, 2.22, 2.24(a)(d), 2.27, 2.28, 2.30, 2.33, 2.38, 2.43, 2.50, 2.51, 2.52, 2.53(a)(c)(e), 2.54(a)(b)(d)(e)(f)(h), 2.55(a)(b)(c), 2.56(a)(b), 2.57, 2.59(a)(b), 2.61(a)(b), 2.62(a)(b), 2.63(a), 2.65(a)(b), 2.66(a), 2.69, 2.71, 2.74, 2.75 (Skizze mit TR oder Google), 2.78, 2.81, 2.82, 2.84, 2.86, 2.90, 2.93(a)(b), 2.94(a)(b), 2.95(c)(d)(e), 2.97(a), 2.100 und Paragraph 2.6 so ganz wie es nur geht!
- **Analyse von Funktionen:** Kapitel 3 und 4: 3.07, 3.12(c), 3.14(e), 3.15, 3.28(d)(g)(f), 3.40(a)(b)(c), 3.43, 3.44, 3.50, 3.55, 3.56, 3.70, 3.73, 3.81, 3.88, 3.100(a)(b), 3.101, 3.110, 3.111, 3.119, 3.124, 3.127, 3.134, 3.157; Abschnitt 3.10. Aus Kapitel 4:

Hier die wichtigsten Regeln fürs Differenzieren:

(i)  $f(x) = x^n$ , dann  $f'(x) = nx^{n-1}$  (gilt für alle  $n \neq 0$ , sogar für reelle und rationale  $n$ )

(ii)  $f(x) = e^x$ , dann  $f'(x) = e^x$

(iii)  $f(x) = \sin(x)$ , dann  $f'(x) = \cos(x)$

(iv)  $f(x) = \cos(x)$ , dann  $f'(x) = -\sin(x)$

(v)  $f(x) = g(h(x))$ , dann  $f'(x) = g'(h(x)) \cdot h'(x)$

(vi)  $f(x) = g(x)h(x)$ , dann  $f'(x) = g'(x)h(x) + g(x)h'(x)$

(vii)  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ , dann  $f'(x) = \frac{g'(x)h(x) - g(x)h'(x)}{h(x)^2}$

(viii)  $f(x) = kx + d$ , dann  $f'(x) = k$ , auch wenn  $k = 0$ !

(ix)  $f(x) = \ln(x)$ , dann  $f'(x) = \frac{1}{x}$ .

Beispiel  $f(x) = e^{x^2}$ , dann  $f(x) = e^{h(x)}$  mit  $h(x) = x^2$ , also  $h'(x) = 2x$ , daher  $f'(x) = 2xe^{x^2}$ .

Beispiel  $f(x) = \cos(3x)$ , dann  $f(x) = \cos(h(x))$  mit  $h(x) = 3x$ , also  $h'(x) = 3$ , daher  $f'(x) = -3\sin(3x)$ .

Beispiel  $f(x) = \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ , daher  $f'(x) = \frac{\cos(x)\cos(x) + \sin(x)\sin(x)}{(\cos(x))^2} = \frac{1}{\cos^2(x)} = \tan^2(x) + 1$ .

---

Stoff der zweiten Schularbeit am 17.12.2014

---

- Kapitel 1 und 2 aus dem Buch, alle Aufgaben, die wir dazu gemacht haben. Alle Hand-Outs die dazu ausgeteilt wurden.
- Nullstellen von Polynomfunktionen. Differenzieren: Tangente, Sekante, lineare Funktionen und ihre Form  $y = kx + d$ , Differentialquotient, Geschwindigkeit (mittlere und momentane) Differenzenquotient, Steigung, Produktregel, Verknüpfungsregel, Quotientenregel, Ableitungen von Standardfunktionen, Wendepunkte, zweite Ableitung, Beschleunigung, Links- und Rechtskrümmung, Extremstellen, Minima, Maxima, Monotonie, Monoton steigend/fallend, lokale Extremstellen.
- Standardfunktionen sind:  $y = kx + d$ ,  $f(x) = A \cdot \sin(B \cdot x) + C$ ,  $g(x) = A \cdot \cos(B \cdot x) + C$ ,  $y = ae^{rx}$ ,  $y = \frac{k}{x}$ , Polynomfunktionen,  $h(x) = \ln(x)$ ,  $y = a^x = e^{x \ln(a)}$ ,  $p(x) = \sqrt{x}$ ,  $q(x) = \tan(x)$ . Von diesen Funktionen kannst du sehr schnell eine Skizze machen, und die wichtigsten Eigenschaften dazu angeben. Zum Beispiel, die Periode von  $A \sin(Bx) + C$  ist  $T = \frac{2\pi}{B}$ , denn dann  $BT = 2\pi$ .
- Grundkompetenzen: **AG alles; FA alles; AN alles**, nur, was wir noch nicht richtig studiert haben, ist  $\frac{\Delta y}{y}$ , daher jetzt ein Mini-Kurs:  $\frac{\Delta y}{y}$  ist die relative Änderung in  $y$ , also  $\frac{\Delta y}{y} \cdot 100\%$  ist die prozentuelle Änderung. Das Interessante ist, dass  $\frac{1}{f(x)} \cdot \frac{df}{dx} = \frac{d}{dx} \ln(f(x))$ .
- Standardwissen ist auch: Bruchrechnung, Potenzen, Logarithmen, Sinus und Cosinus, Pythagoras, Einheitskreisdefinitionen, Bogenmaß, Formeln für Kreis, Kugel, Kegel und Pyramide, Geschwindigkeitsaufgaben, Tabellen/Diagramme lesen/erstellen.
- Nicht Grundlage, aber vielleicht hilfreich, ist Material, das ich für die sechste Klasse erstellt habe, damit bestimmte Themen aufgefrischt werden können:

zu Logarithmen:

[http://www.mat.univie.ac.at/~westra/wenzgasse\\_2014\\_2015/klasse6A\\_M/logarithmus.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~westra/wenzgasse_2014_2015/klasse6A_M/logarithmus.pdf)

zu Sinus und Cosinus:

[http://www.mat.univie.ac.at/~westra/wenzgasse\\_2014\\_2015/klasse6A\\_M/wiederholung\\_geom2.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~westra/wenzgasse_2014_2015/klasse6A_M/wiederholung_geom2.pdf)

und

[http://www.mat.univie.ac.at/~westra/wenzgasse\\_2014\\_2015/klasse6A\\_M/sin\\_cos\\_funktionen.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~westra/wenzgasse_2014_2015/klasse6A_M/sin_cos_funktionen.pdf)

zu Geraden:

[http://www.mat.univie.ac.at/~westra/wenzgasse\\_2014\\_2015/klasse6A\\_M/wiederholung\\_geom1.pdf](http://www.mat.univie.ac.at/~westra/wenzgasse_2014_2015/klasse6A_M/wiederholung_geom1.pdf)