Planungsblatt Mathematik für die 7D

Woche 4 (von 22.09 bis 26.09)

Aufgaben & Aufträge [1]

Bis Mittwoch 24.09:
Lies dir die Regeln "Complex Numbers in Short(s)" gut durch, lerne sie und mache die Aufgaben A1 bis A5 dazu.

Bis Freitag 26.09:
(i) Erledigen 10.39(a)(b)(c).
(ii) Lies und lerne Seiten 240 und 241. Formuliere eine Frage dazu!
(iii) Erledigen 10.58, 10.59, 10.61.

Bis Dienstag 30.09:
Am Anfang der Stunde abzugeben: 10.44(a), 10.55(a), 10.56, 10.57, 10.62, 10.63

Kernbegriffe dieser Woche:

Gleichungen, Mengen, reelle Zahlen versus Bruchzahlen, Polynome, Komplexe Zahlen, Imaginäre Zahlen, die komplexe Ebene, Norm, Komplex Konjugierte

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

- **(a)** Dienstag: (i) HÜ Bespr. – mit Korrektur, einige macht wer von euch an der Tafel (ii) Besprechung der HÜ von Freitag 19.09 in Gruppen (iii) Arbeite an HÜ
- **(b)** Mittwoch: (i) HÜ Bespr. (ii) Lesen 10.36 und Erklärung der Polarkoordinaten (iii) Gemeinsam 10.45(a) und 10.46(a)(c). (iv) HÜ bearbeiten
- **(c)** Freitag: (i) HÜ Bespr. (ii) Das Grundwissen: Seite 251 durcharbeiten!

Unterlagen auf `www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html`

[1] Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Buchaufgaben

Liebe SchülerInnen,
Hier findest du eine Liste mit Buchaufgaben, die ich vorhabe, im Unterricht und in den Hausübungen zu behandeln. Diese Liste führe ich jeweils bis zu einer Schularbeit, damit der Schularbeitsstoff auch schon deutlich abzulesen ist. So hast du einen Überblick über die Aufgaben, die ich machen möchte, und die wir gemacht haben. Nach einer Schularbeit lösche ich diese Aufgaben dann, und dann kommen hier die Aufgaben für die nächste Schularbeit. ACHTUNG: Da Unterricht keine leicht vorhersagbare Sache ist, werde ich diese Liste langsam 'anbauen' (Thema nach Thema zum Beispiel) und gegebenenfalls anpassen. Sie ist somit gut als 'Führer' zu sehen, und nicht als 'Gesetz'. Oh ja, bevor ich es vergesse: Ich erstelle auch selbst viele Aufgaben. Und dazu: Ich benutze auch noch andere Bücher. Daher ist diese Liste wirklich nur die Liste der Aufgaben aus dem Buch "Mathematik Verstehen 7". Also, nur Teil des Stoffes einer SA. Aber das ist wahrscheinlich schon selbstverständlich.

- **Komplexe Zahlen**: 10.03, 10.04, 10.06(a)(b)(c), 10.08(a)(b), 10.10(a)(b)(d), 10.12(a)(b)(c)(f), 10.14(a)(b)(e)(g), 10.18(a), 10.19(a)(b) [Achtung: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ – wie heißt diese 'Regel'? – und somit auch leicht nachvollziehbar $(a+ib)(a-ib) = a^2 - (ib)^2 = a^2 + b^2$], 10.20 [und fasse die Ergebnisse schön zusammen], Wir lesen Seiten 234 und 235, 10.23, 10.24(a)(b), 10.25(a)(b), 10.28, 10.30(a), 10.32(a)(b)(c)(d), Lesen 10.36, 10.39(a)(b)(c), Seite 240 und 241 sind zu lesen und sind Stoff – wir benutzen dann aber schon die Euler'sche Formel auf Seite 244, 10.44(a), 10.55(a), 10.56, 10.57(!), GRUNDWISSEN: 10.58 bis 10.67. GRUNDKOMPETENZEN: 10.68 bis 10.72.

- **Polynome**: 1.06(a)(b), 1.08(a), 1.09(a), 1.11(a)(b), 1.13, 1.20 bis 1.25, 1.27, 1.30(Die Aufgabe ist FALSCH formuliert, und nach den komplexen Zahlen solltet ihr das schon einsehen!), 1.32

Nach der HÜ von 19.09

Bemerkungen:

(1) Liebe SchülerInnen! Ihr müsst die Notizen richtig lernen. Die drei Seiten enthalten die Norm. Es darf also nicht passieren, dass man das nicht weiß. Daran ist nichts zu verstehen, das ist zu lernen. Auf der Reise zur Matura muss ich mich darauf verlassen können, dass diese Sachen auch wirklich gelernt werden! Sonst ist das Unternehmen hoffnungslos verloren.

(2) Es hat Probleme gegeben, und als ich fragte, ob es Probleme bei der HÜ gab, gab es keine Antwort. Ihr seit als und weise genug, zu verstehen, dass das nicht die richtige Strategie ist. Wenn ihr die Norm nicht findet, werde ich es euch zeigen. Das darf natürlich mal passieren, dass ihr etwas überseht. Natürlich werde ich darauf hinweisen, dass es irgendwo steht, aber ein Minus bekommt man nicht direkt. Bei wiederholten Nichtwissen schon, aber man wird dann auch schon bei der SA ein Problem haben. Fragt einfach! Wie oben, ich muss mich auf eure Fragen verlassen können, sonst wird die Reise zur Matura recht kompliziert.

Hinweise zur Lösung der Probleme

10.12(d)

(i) Ich hätte hier oben und unten mit -1 multipliziert und den freundlicheren Term $\frac{4+i}{1+i}$ bekommen.

(ii) Die komplex konjugierte von $-1-i$ ist $-1+i$, und nicht $1+i$.

(iii) Das Produkt zweier komplexer Zahlen ist nur Null, wenn eine der beiden oder beide schon Null sind. Wenn also Null im Zähler steht, ist etwas ordentlich schief gelaufen.

(iv) $(-1-i)(-1+i) = 1^2 + 1^2 = 2$. Im Allgemeinen $(a+bi)\overline{(a-bi)} = a^2 + b^2 \geq 0$.

10.14(c)

(i) $(2+3i)(2-3i) = 14$.

10.23

(i) ACHTUNG! Man darf nicht schreiben $\sqrt{-1} = i$. Denn das ist falsch! Das habe ich doch erklärt oder? Also auch falsch: $\sqrt{-16} = 4i$. Was ist dann richtig? Eine Gleichung wie $x^2 = -4$ mit $x = \pm i2$ Lösen. Wurzelziehen ist No-Go!

(ii) Die Diskriminante ist nicht $\sqrt{b^2 - 4ac}$, sonder $b^2 - 4ac$ selbst. Daher $D < 0$, dann zwei komplex konjugierte Lösungen.

(iii) ACHTUNG! Gleichungen von der Form $x^2 + 9 = 0$ bitte ohne Formeln lösen, sondern $x^2 = -9$, also $x = \pm i3$ und fertig. Man sollte auch wiedererkennen, dass $\frac{16}{9}$ das Quadrat von $\frac{4}{3}$ ist. Auch bei $7x^2 + 3 = 0$ bitte nicht die Diskriminanten ausrechnen, sondern einfach $x^2 = -\frac{3}{7}$ durch $x = \pm i\sqrt{\frac{3}{7}}$ lösen. Der Hausverstand wird als letztes Mittel aufgegeben und als erstes Mittel angewand.

Die Norm

(i) Die Norm einer komplexen Zahl ist die Distanz zu Null. Schreibweise $|z|$ bedeutet die Norm von z. Es gilt $|a+bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

(ii) Es gilt auch $|z|^2 = z\overline{z}$, denn wenn $z = a+bi$, dann $\overline{z} = a-bi$ und also $(a+bi)(a-bi) = a^2+b^2$ ist genau das Quadrat der Norm.

(iii) Die Notationen $|z|$, $\overline{z}$ müssen bekannt sein!

(iv) Da $a^2 + b^2$ immer positiv ist, gilt $z\overline{z} \geq 0$ und $|z|$ ist also immer positiv.

(v) Die Norm ist nur Null, wenn $z = 0$. Denn nur für Null selbst ist die Distanz zu Null wieder Null.

Complex Numbers in Short(s)

(1) $z = a + bi$ ist die allgemeine Form, Rechnen geht wie bei normalen Polynomen in i, nur gilt $i^2 = -1$.
(2) Aus $i^2 = -1$ folgt nicht $\sqrt{-1} = i$, dies ist sogar falsch. Die Wurzelfunktion benutzen wir nur für positive reelle Zahlen!
(3) Die Wurzel ist eine Funktion, die Aussage $i^2 = -1$ ist etwa eine Gleichung. Ein Problem ist, dass $-i$ auch die Gleichung $x^2 + 1 = 0$ erfüllt.
(4) Die komplex Konjugierte von $z = a + bi$ ist durch $\overline{z} = a - bi$ definiert. Die Abbildung $z \mapsto \overline{z}$ ist geometrisch eine Spiegelung an der horizontalen Achse.
(5) Wenn $z = a + bi$, dann ist $\mathrm{Re}(z) = a$ ist der reelle Teil und $\mathrm{Im}(z) = b$ ist der imaginäre Teil von z.
(6) Es gelten: $z + \overline{z} = 2\mathrm{Re}(z)$ und $z - \overline{z} = 2i\mathrm{Im}(z)$.
(7) Wenn $z = \overline{z}$, dann ist z eine reelle Zahl. Wenn $z = -\overline{z}$, dann ist z eine imaginäre Zahl.
(8) Die Norm $|z|$ einer komplexen Zahl z ist die Distanz zu Null. Daher $|a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$.
(9) Es gilt $z\overline{z} = |z|^2$.
(10) Unter den komplexen Zahlen gibt es keine Nullteiler. Also, wenn $zw = 0$, dann entweder $z = 0$ oder $w = 0$ oder beide sind Null.
(11) Gegeben eine algebraische Gleichung $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_0 = 0$, dann gibt es höchstens n unterschiedliche Lösungen für x, die komplex sein können.
(12*) Man kann jede komplexe Zahl in Polarform darstellen $z = re^{i\varphi}$ und $e^{ix} = \cos(x) + i\sin(x)$. Die Norm ist dann r.
(13*) Es gilt $e^{ix}e^{iy} = e^{i(x+y)}$.

A1. Kontrolliere (6) für zwei ausgewählte explizite komplexe Zahlen und im Allgemeinen für $z = a + bi$.
A2. Beweise die Regel (7).
A3. Begründe (8).
A4. Begründe/Beweise (9).
A5. (a) Seien $z = a + bi$ und $w = c + di$. Kontrolliere dass gilt $\overline{zw} = \overline{zw}$. (b) Schließe die folgende Argumentation ab: Wenn $zw = 0$, dann auch $\overline{zw} = 0$. Aber dann $zw\overline{zw} = z\overline{z}w\overline{w} = 0$, sodass $|z|^2|w|^2 = 0$, aber $|z|^2$ und $|w|^2$ ist Null, daher ist ihr Produkt nur Null, wenn .... Also $zw = 0$ gilt nur, wenn ....
A6. Kontrolliere, dass der Betrag einer reellen Zahl und die Norm einer reellen Zahl gleich sind. Achtung $\sqrt{a^2} \neq a$ im Allgemeinen, nimm zB $a = -1$. Es gilt aber $\sqrt{a^2} = |a|$ für reelle a.