Dritte Schularbeit Mathematik Klasse 3B am 11.04.2016
Korrekturvorlage:

Gruppe A

Aufgabe 1. (6 Punkte)

Löse folgende Gleichungen nach X!

(a) $(X+2)(X-3) = (X-1)(X+1)$

(b) $\dfrac{X}{2} - \dfrac{2}{5} = X$

(c) $9 : (X+2) = 16 : 7$

(a) $X^2 - X - 6 = X^2 - 1$ also $-X - 6 = -1$ und somit $X = -5$.

(b) alles mit 10 multiplizieren: $5X - 4 = 10X$, also $5X = -4$ und daher $X = -\frac{4}{5}$.

(c) $9 \cdot 7 = 16(X+2)$ also $63 = 16X + 32$ und daher $X = \frac{31}{16}$.

Aufgabe 2. (2 Punkte)

Ergänze richtig!

$$(X - 9Y)^2 = X^2 - 18XY + 81Y^2$$

Aufgabe 3. (2x2 Punkte)

Schreibe in Form einer geeigneten Gleichung und berechne die gesuchten Variablen.

(a) Der Winkel γ an der Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks ist 3-mal so groß wie der Basiswinkel $\alpha = \beta$. Bestimme die Winkel des Dreiecks.

(b) Addiert man zum 5fachen einer Zahl die Zahl 17, so ergibt sich 142.

(a) $3\alpha + \alpha + \alpha = 180$ und somit $5\alpha = 180$. Lösung: $\alpha = 36$, andere Basiswinkel also auch, Spitze ist dann 108.

(b) $5X + 17 = 142$ also $X = \frac{125}{5} = 25$.

Aufgabe 4. (4 Punkte)

Bei den folgenden Aussagen bedeutet $A \sim B$, dass A direkt proportional zu B ist.

Kreuze an, welche der unterstehenden Aussagen richtig sind!

(1).	Wenn $A \sim B$, dann ist das Produkt AB immer gleich.	☐
(2).	Wenn $A \sim \frac{1}{B}$, dann ist A indirekt proportional zu B.	☒
(3).	Wenn $A \sim B$, dann liegen die Punkte $(A\|B)$ in einem $A - B$-Diagramm auf einer Geraden.	☒
(4).	Wenn $A \sim B$, dann gilt auch $B \sim A$.	☒
(5).	Wenn $A \sim B^2$ und B nimmt um 10% zu, dann nimmt A um 20% zu.	☐

Achtung zu (5): Wenn $B \mapsto 1,1B$, dann $B^2 \mapsto 1,21B^2$, also nimmt A um 21% zu.

Aufgabe 5. (2x2 Punkte)

Ein Lämpchen wandelt elektrische Energie in Wärme und Licht um. Die Leistung des Lämpchens (Symbol P) gibt an, wie viel Energie pro Sekunde umgewandelt wird. Die Leistung wird in diesem Fall von der Stromstärke (Symbol I) bedingt und es gilt, dass P direkt proportional zu I^2 ist, also $P \sim I^2$. Gegeben ist, dass $P = 60$ Joule pro Sekunde, wenn $I = 2$ Ampère.

(a) Berechne P, wenn $I = 5$ Ampère.

(b) Bestimme, wie groß I sein muss, damit P nur noch $0,6$ Watt ist.

(a) $P : I^2$ ist konstant, daher $P : 5^2 = 60 : 2^2$ und daher $4P = 25 \cdot 60 = 1500$ und somit $P = 375$ Watt.

(b) Damit P um einen Faktor 100 kleiner wird, muss I^2 um einen Faktor 100 abnehmen und I daher um einen Faktor 10 abnehmen, weil $10^2 = 100$. Somit $I = 0,2\ A$.

Aufgabe 6. (2x2 Punkte)

Im Sommer hat um 12:00 ein Stab mit Höhe $h = 1$ Meter einen Schatten von 110 Centimeter. Der Schüler Gerard bestimmt die Höhe Y eines Gebäudes indem er die Länge L des Schattens des Gebäude um 12:00 misst.

(a) Gib das Verhältnis $Y : L$ in ganzen Zahlen an!

(b) Wie lange wird der Schatten eines Gebäudes von 130 Meter sein? Drücke das Ergebnis in Meter aus!

(a) Wenn beide in Meter gemessen: $1 : 1,1 = 10 : 11$. Wenn Stab in m und Gebäude in cm, dann $1 : 110$.

(b) Aus $Y : L = 10 : 11$ folgt $L = \frac{11 \cdot 130}{10} = 143$ Meter.

Dritte Schularbeit Mathematik Klasse 3B am 11.04.2016

Korrekturvorlage

Gruppe B

Aufgabe 1. (6 Punkte)

Löse folgende Gleichungen nach X!

(a) $(X+4)(X-2) = (X-1)(X+1)$

(b) $\dfrac{X}{3} + \dfrac{1}{2} = X$

(c) $9 : (X-2) = 10 : 3$

(a) $X^2 + 2X - 8 = X^2 - 1$ also $2X - 7 = 0$ also $X = 3\frac{1}{2}$.

(b) $\frac{2X}{6} + \frac{3}{6} = X$ also $2X + 3 = 6X$ also $3 = 4X$ und daher $X = \frac{3}{4}$.

(c) $9 \cdot 3 = 10(X-2)$ also $27 = 10X - 20$ und somit $47 = 10X$ und daher $X = 4,7$.

Aufgabe 2. (2 Punkte)

Ergänze richtig!

$$(X + 10Y)^2 = X^2 + 20XY + 100Y^2$$

Aufgabe 3. (2x2 Punkte)

Schreibe in Form einer geeigneten Gleichung und berechne die gesuchten Variablen.

(a) Der Winkel γ an der Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks ist 4-mal so groß wie der Basiswinkel $\alpha = \beta$. Bestimme die Winkel des Dreiecks.

(b) Addiert man zum 3fachen einer Zahl die Zahl 71, so ergibt sich 344.

(a) $4\alpha + \alpha + \alpha = 180$ also $6\alpha = 180$ und somit $\alpha = 30$. Der Winkel an der Spitze beträgt 120.

(b) $3X + 71 = 344$ also $X = 91$.

Aufgabe 4. (4 Punkte)

Bei den folgenden Aussagen bedeutet $A \sim B$, dass A direkt proportional zu B ist.

Kreuze an, welche der unterstehenden Aussagen richtig sind!

(1). Wenn $A \sim B$, dann ist der Quotient $A : B$ immer gleich.	☒
(2). Wenn $A \sim B^2$, dann ist A indirekt proportional zu B.	☐
(3). Wenn $A \sim \frac{1}{B}$, dann liegen die Punkte $(A\|B)$ in einem $A - B$-Diagramm auf einer Hyperbel.	☒
(4). Wenn A direkt proportionalität zu B ist, dann ist B indirekt proportional zu A.	☐
(5). Wenn $A \sim B^2$ und B nimmt um 10% zu, dann nimmt A um 21% zu.	☒

Zu (5): $1,1^2 = 1,21$ daher wenn $B \mapsto 1,1B$, dann $B^2 \mapsto 1,21B^2$ und $A \mapsto 1,21A$, also (5) ist richtig.

Aufgabe 5. (2x2 Punkte)

Man kann die mittlere Temperatur auf einem Planeten einigermaßen sehr gut abschätzen! Zwischen der Distanz des Planeten zur Sonne d (in Mio. km gemessen) und der mittleren Temperatur auf dem Planeten T (in Kelvin gemessen) gilt folgender Zusammenhang: dT^2 ist für alle Planeten etwa gleich. Die mittlere Temperatur auf Erde beträgt etwa 280 Kelvin und die Distanz zwischen Erde und Sonne beträgt 150 Mio. km.

(a) Berechne, wie weit weg ein Planet stehen muss, damit die mittlere Temperatur nur noch 30 Kelvin ist.

(b) Bestimme die mittlere Temperatur T eines Planeten, der 9mal weiter weg von der Sonne als die Erde steht – also $d = 9 \cdot 150 = 1350$ Mio. km.

(a) Aus der Angabe sieht man, dass T^2 **indirekt proportional** zu d ist. Da das Produkt dT^2 gleich sein soll, rechnen wir es zuerst für die Erde aus: $dT^2 = 150 \cdot 280^2$. Somit $d \cdot 30^2 = 150 \cdot 280^2$ un daher $d = \frac{150 \cdot 280^2}{30^2} \approx 13067$ Mio km.

(b) Weil d jetzt 9mal so groß wird, wird T^2 9mal so klein, aber dann wird T 3mal so klein, weil $9 = 3^2$. Somit ist $T = 280/3 \approx 93$ Kelvin.

Aufgabe 6. (2x2 Punkte)

Im Winter hat um 12:00 ein Stab mit Höhe $h = 1$ Meter einen Schatten von 210 Centimeter. Der Schüler Gerard bestimmt die Höhe Y eines Gebäudes indem er die Länge L

des Schattens des Gebäude um 12:00 misst.

(a) Gib das Verhältnis $Y : L$ in ganzen Zahlen an!

(b) Wie hoch wird ein Gebäude sein, dessen Schatten 350 Meter misst? Drücke das Ergebnis in Meter aus!

(a) $Y : L = 1 : 2,1 = 10 : 21$ wenn bei Distanzen in cm oder m, wenn Y in m und L in cm, dann $Y : L = 1 : 210$.

(b) Aus $Y : L = 10 : 21$ folgt $Y : 350 = 10 : 21$ also $Y = \frac{10 \cdot 350}{21} = \frac{500}{3} \approx 167m$.