

Vierte Schularbeit Mathematik Klasse 7A G am 12.05.2016

SCHÜLERNAME: _____

Punkte im ersten Teil: _____

Punkte im zweiten Teil: _____

Davon Kompensationspunkte: _____

Note: _____

Notenschlüssel:

Falls die Summe der erzielten Kompensationspunkte im zweiten Teil und der Punkte des ersten Teils weniger als 16 ist, so ist die Note **Nicht Genügend**. Falls diese Summe 16 oder mehr beträgt, dann wird folgender Notenschlüssel benutzt:

NOTENSCHLÜSSEL	
41 - 48 Punkte	Sehr Gut (1)
33 - 40 Punkte	Gut (2)
25 - 32 Punkte	Befriedigend (3)
16 - 24 Punkte	Genügend (4)

Aufgabe 1. (2P) Umformungen – AG.

Betrachten Sie den Term $\sqrt[4]{\frac{A^8 B^7}{B^3 A^5}}$.

Schreiben Sie diesen Term in die Form $A^p \cdot B^q$, wobei p und q **Bruchzahlen** sind, und lesen Sie p und q ab.

$p =$ _____ ,

$q =$ _____ .

Aufgabe 2. (2P) Gleichung mit Exponenten – AG/FA.

Betrachten Sie die Gleichung $z = b^x$ für x , wobei $b \in \mathbb{R}^+$. Kreuzen Sie die zutreffenden Aussagen an!

1. <input type="checkbox"/>	Die Gleichung besitzt für alle $z \in \mathbb{R}$ genau eine Lösung für x .
2. <input type="checkbox"/>	Falls $z > 0$ ist die Lösung $x = {}^z \log(b)$.
3. <input type="checkbox"/>	Falls $z > 0$ ist die Lösung $x = {}^b \log(z)$.
4. <input type="checkbox"/>	Falls $z > 0$ ist die Lösung $x = \sqrt[b]{z}$.
5. <input type="checkbox"/>	Falls $z \leq 0$ gibt es keine Lösung für x , wenn $z > 0$ genau eine Lösung.

Aufgabe 3. (2P) Quadratische Gleichungen – AG.

Betrachten Sie die quadratische Gleichung $x^2 + 3ax - 7a = 0$, wobei der Parameter a **nicht Null** ist. Bestimmen Sie den Wert von a , sodass diese quadratische Gleichung genau eine Lösung hat.

$a =$ _____ ($a \neq 0$).

Aufgabe 4. (2P) Sinusfunktion – FA.

Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei von der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ mit $a \in \mathbb{R}$ und $b \in \mathbb{R}^+$.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

1. <input type="checkbox"/>	Die Funktionswerte von f sind positiv.
2. <input type="checkbox"/>	Wenn man a verdoppelt, verdoppelt sich die Amplitude.
3. <input type="checkbox"/>	Wenn man b verdoppelt, verdoppelt sich die Amplitude.
4. <input type="checkbox"/>	Die Funktion f ist punktsymmetrisch um den Ursprung: $f(-x) = -f(x)$.
5. <input type="checkbox"/>	$f(0) = a$.

Aufgabe 5. (2P) Parallele Geraden – AG.

Betrachten Sie die Gerade h in der Ebene \mathbb{R}^2 definiert durch $h: 3x - y = 7$.

Bestimmen Sie für welchen Wert von a , die Gerade g , welche durch $(0|0)$ geht und durch die Parameterdarstellung definiert

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ 9 \end{pmatrix} \cdot t, \quad t \in \mathbb{R},$$

ist, parallel zu h ist.

g und h sind parallel, wenn $a =$ _____

Aufgabe 6. (2P) Kombinatorik – WS.

Einem Fussballtrainer stehen 20 Fussballspieler zur Verfügung um eine Mannschaft aufzustellen. Auf wie viele Weisen ist eine Auswahl von 11 Personen aus diesen 20 Personen möglich?

Antwort: _____.

Aufgabe 7. (2P) Arithmetisches Mittel und empirische Standardabweichung.

Gegeben sind der Mittelwert \bar{x} und die empirische Standardabweichung s der Zahlen x_1, x_2, \dots, x_{20} . Wie ändern sich der Mittelwert \bar{x} und die empirische Standardabweichung s , wenn zu jedem Datenwert x_1, x_2, \dots, x_{20} die Zahl $z \in \mathbb{R}^+$ addiert wird? Kreuzen Sie die korrekte Antwort an!

1. <input type="checkbox"/>	\bar{x} und s werden jeweils um z größer.
2. <input type="checkbox"/>	\bar{x} bleibt gleich und s wird um z größer.
3. <input type="checkbox"/>	\bar{x} wird um z größer und s wird um z^2 größer.
4. <input type="checkbox"/>	\bar{x} und s bleiben gleich.
5. <input type="checkbox"/>	\bar{x} wird um z größer und s bleibt gleich.
6. <input type="checkbox"/>	\bar{x} wird um z größer und s wird um \sqrt{z} größer.

Aufgabe 8. (2P) Würfelspiel – WS.

Betrachten wir folgendes Würfelspiel: Eine Person würfelt dreimal mit einem ehrlichen Spielwürfel. Diese Person hat gewonnen, wenn mindestens zweimal ein Sechser geworfen wird. Anderenfalls verliert die Person. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit P auf Gewinn.

$P =$ _____

Aufgabe 9. (2P) Abschätzen & Prognose – WS.

Eine Grippewelle hat die Stadt *Manzana Grande* mit 250.000 Einwohnern im Griff. Die Wahrscheinlichkeit auf eine Infizierung beträgt 25%. Bei einer Infizierung kommt es noch nicht unbedingt zu einer Erkrankung; die Wahrscheinlichkeit auf Erkrankung falls man infiziert worden ist, liegt bei 60%. Wie viele Einwohner etwa dieser Stadt werden während der Grippewelle **nicht** krank?

Antwort: _____

Aufgabe 10. (2P) Gewinnspiel – WS.

Betrachten Sie folgendes Gewinnspiel: Aus einer Schachtel muss blind eine Kugel gezogen werden. In dieser Schachtel ist eine goldene Kugel, zwei silberne Kugeln und drei bronzene Kugeln und 14 weiße Kugeln. Zieht diese Person eine goldene Kugel, so gewinnt sie 100 Euro; zieht sie eine silberne Kugel, so gewinnt sie 25 Euro; zieht sie eine bronzene Kugel, so gewinnt sie 15 Euro; zieht sie eine weiße Kugel, so gewinnt sie nichts. Um an das Spiel teilzunehmen, muss 10 Euro gezahlt werden.

Berechnen Sie Erwartungswert $E(X)$ des Gewinns X bei diesem Spiel.

$E(X) =$ _____

Aufgabe 11. (2P) Varianz – WS.

Die stochastische Variable X nehme nur die Werte 0 und 1 an, und $P(X = 1) = p$ und $P(X = 0) = 1 - p$. Geben Sie einen Term ausdruck für die Varianz von X !

$\sigma_X^2 = \text{Var}(X) =$ _____

Aufgabe 12. (2P) Lineare Funktion – FA.

Gegeben ist die lineare Funktion $f(x) = kx + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$. Des Weiteren ist bekannt, dass $f(2) = 6$ und $f(10) = 42$.

Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an!

1. <input type="checkbox"/>	k ist negativ, weil $f(6) < f(10)$.
2. <input type="checkbox"/>	$f(0) = -3$.
3. <input type="checkbox"/>	f beschreibt eine direkte Proportionalität.
4. <input type="checkbox"/>	$f(6) = 24$.
5. <input type="checkbox"/>	f hat eine Nullstelle im Intervall $[0; 2]$.

Vierte Schularbeit Mathematik Klasse 7A G am 12.05.2016

TEIL 2

SCHÜLERNAME: _____

Aufgabe 1. Kugeln und Kreise

Es sei K eine Kugel mit Radius 10 und der Mittelpunkt M liegt auf der positiven z -Achse. Der Punkt $P = (0|0|-2)$ liegt auf K .

(a) (1 Ausgleichspunkt) Geben Sie die Gleichung für die Kugel K .

(b) (2 Punkte) Die xy -Ebene ist durch die Gleichung $z = 0$ bestimmt; jeder Punkt in der xy -Ebene hat z -Koordinate Null. Die Kugel K schneidet die xy -Ebene in einem Kreis. Bestimmen Sie eine Gleichung für diesen Kreis und bestimmen Sie seinen Radius.

(c) (2 Punkte) Betrachten Sie die Gerade g definiert durch die Parameterdarstellung

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot t, \quad t \in \mathbb{R},$$

Bestimmen Sie die Schnittpunkte von g mit K !

(d) Es sei h eine Gerade durch P mit Richtungsvektor \vec{v} .

(1 Ausgleichspunkt) Geben Sie an, welche Bedingung \vec{v} erfüllen muss, damit h eine Tangente an K ist.

(2 Punkte) Nehmen wir an, \vec{v} sei so gewählt worden, dass h parallel zur x -Achse verläuft. Bestimmen Sie zwei Punkte B und C auf h , sodass $|MB| = |MC| = 13$. Bestimmen Sie die Fläche des Dreiecks $\triangle MBC$.

Aufgabe 2. Taxifahrer.

Ein Taxifahrer hat oft Probleme mit dem Wechselgeld, wenn in derselben Schicht mehrere Fahrgäste jeweils mit einem 100-Euro-Schein bezahlen wollen. Er schätzt, dass etwa einer von 20 Fahrgästen mit einem solchen Schein bezahlen will.

(a) (1 Ausgleichspunkt) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter den nächsten 10 Fahrgästen kein Fahrgast mit einem 100-Euro-Schein zahlen will.

(b) (6 Punkte) Sei X die Anzahl der Fahrgäste unter den nächsten 10 Fahrgästen, die mit einem 100-Euro-Schein zahlen wollen. Geben Sie einen geeigneten Ereignisraum an, geben Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(X = k)$ für $0 \leq k \leq 10$ und stellen Sie diese Graphisch dar. Berechnen Sie $E(X)$ und $Var(X)$ und interpretieren Sie $E(X)$ im Kontext!

(c) (2 Punkte) Wie viele Fahrgäste muss der Taxifahrer fahren, dass die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer von ihnen mit einem 100-Euro-Schein zahlen will, mehr als 50% beträgt?

Aufgabe 3. Wechselmünze

Eine Münze wird viermal geworfen. Wenn aufeinander folgende Würfe verschieden Ergebnisse zeigen, liegt ein „Wechsel“ vor. So ist bei $ZKKZ$ die Anzahl der Wechsel 2. Sei X die Anzahl der Wechsel

(a) (1 Ausgleichspunkt) Geben Sie eine geeignete Menge an, welche die möglichen Werte von X beschreibt. (Achtung, du sollst die kleinstmögliche Menge nehmen. Die Menge \mathbb{R} ist zum Beispiel zu groß.)

(b) (2 Punkte) Berechnen Sie $E(X)$ und $Var(X)$.

Aufgabe 4. Willkürliche Geraden

Gegeben sind die Parabel $P : y = x^2$ und die Zufallsgerade $g : y = kx + d$, wobei k und d durch Zufall bestimmt werden. Davon abhängig, was k und d sind, haben P und g einen Punkt, zwei Punkte oder gar keinen Punkt gemeinsam.

(a) (1 Punkt) Welche Bedingung müssen k und d erfüllen, damit (i) P und g keinen gemeinsamen Punkt, (ii) P und g genau einen gemeinsamen Punkt, (iii) P und g zwei Punkte gemeinsam haben? (Hinweis: $x^2 - kx - d = 0$ ist die Gleichung, die die gemeinsamen Punkte bestimmt.)

k kann die Werte $-2, -1, 0, 1, 2$ annehmen, und die Wahrscheinlichkeit beträgt für jeden Wert $\frac{1}{5}$. Der Wert von d ist unabhängig vom Wert von k und liegt in der Menge $\{-1, 0, 1\}$ und alle diese Werte sind gleich wahrscheinlich.

(b) (3 Punkte) Es sei X die Anzahl der gemeinsamen Punkte. Berechnen Sie $P(X = 0)$, $P(X = 1)$, $P(X = 2)$ und $E(X)$. (Hinweis: Fertige eine Tabelle an!)

Ich wünsche euch viel Erfolg und freue mich schon auf eine gute Zusammenarbeit im nächsten, für euch letzten, Schuljahr!!!