Planungsblatt Mathematik für die 7A

Woche 12 (von 23.11 bis 27.11)

Hausaufgaben [1]

Donnerstag 26.11:
Lerne bzw. erledige die Aufgaben 3.34, 3.35, 3.36(d), 3.38(c), 3.40(c)(f), 3.42, 3.43, 3.44
Bis Freitag 27.11:
Lerne und / oder erledige 3.46, 3.48, 3.49, 3.55
Bis Dienstag 01.12:
(1) Lerne/Erledige 3.58, 3.59, 3.61, 3.66
(2) Schau dir eventuell die (vorbereitenden) Aufgaben zu den Grundkompetenzen zu Zahlenmengen und Termen an. Vielleicht willst du davon etwas üben, um einiges altes Wissen zu wiederholen.
(3) Schau dir auch die große Menge von Aufgaben der Woche 12 durch. Alles klar?

Kernbegriffe dieser Woche:

Differenzieren, Zunahme, Zunahmerate, Sekante, Tangente, Steigung, Differenzenquotient, Neigungswinkel, mehrfache Ableitungen, Terrassenpunkt, Wendepunkt

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

- **(a)** Dienstag (1. Std): (i) HÜ-Bespr., (ii) Eine Aufgabenstunde: Viel Rechnen! Gemeinsam: 3.34, 3.35, 3.36(d), (iii) Danach jetzt ihr: 3.38(c), 3.40(c)(f), 3.42, 3.43, 3.44
- **(b)** Donnerstag (2. Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) 3.46, 3.48, 3.49 teilweise gemeinsam, dann 3.55
- **(c)** Freitag (3. Std): HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) Fragenrunde zu den Aufgaben dieser Woche bis jetzt. (iii) eine kleine SWH, (iv) 3.58, 3.59, 3.61, 3.66

Mehrfache Ableitung: zweite Ableitung f'' ist die Ableitung der Ableitung. Wenn f ein Polynom von Grad n ist, dann ist die k. Ableitung $f^{(k)}$ ein Polynom von Grad $n-k$, also $f^{(n+1)} = 0$.
Terrassenpunkt: Erste Ableitung ist Null, aber es ist kein Extremum; das Monotonieverhalten ändert sich nicht. Standardbeispiel: $x = 0$ bei $f(x) = x^3$.
Wendepunkt: Eine Stelle $x = a$, sodass $f''(a) = 0$ und f' muss das Vorzeichen wechseln. Standardbeispiel: $x = 0$ bei $f(x) = x^3 - x$

Unterlagen auf `www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html`

[1] Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Kumulative Fragenkatalog für SWH – exemplarische Aufgaben, nicht ausschöpfend!

(1) Zerlege in lineare Faktoren $p(x) = x^2 - 3x + 12$; $q(x) = 2x^2 - x - 1$.

(2) Gib ein Polynom dritten Grades mit den folgenden Nullstellen $x = -3$, $x = -2$ und $x = 4$.

(3) Skizziere den Graphen einer kubischen Polynomfunktion mit ZWEI Nullstellen.

(4) „Berechne“ für $z = 2 + i$ und $w = 3 + 2i$: $\frac{z}{w}$, $(2z - 3w)^2$, $2z + 5w$, zw, $\overline{z}w$ und $\overline{z - w}$.

(5) Was ist der Betrag einer komplexen Zahl? Deute ihn geometrisch!

(6) Zerlege in lineare Faktoren $x^2 - x + 7 = 0$.

(7) Beweise, dass wenn $z \neq 0$ eine komplexe Zahl ist, dass $z\overline{z} > 0$.

(8) Zeige, dass wenn die zwei Nullstellen von $p = x^2 + 3x + 10$ zu einander komplex konjugiert sind. Kannst du dies verallgemeinern?

(9) Wenn $2 + 4i$ die „Nullstelle“ eines reellen Polynoms ist, was ist dann die andere Nullstelle?

(10) Formuliere die Regel von Horner!

(11) Vereinfache $\frac{x^4 - y^4}{x - y}$ und $\frac{x^4 - y^8}{x - y^2}$.

(12) Berechne den Betrag von $z = 3 - 4i$, $w = \frac{1}{1-i}$ und von zw.

(13) Zeige, dass $z = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ die Gleichung $z^3 = 1$ erfüllt. Kannst du damit alle Lösungen zu $z^3 = 1$ finden?

(14) Siehe alle Fragen von „Elementares zu $\mathbb{C}$ – eine Menge leichte Aufgaben“ bei Woche 4.

(15) Finde die Steigung der Sekante durch $(a|f(a))$ und $(b|f(b))$ für (i) $f(x) = \frac{1}{x}$, (ii) $f(x) = c \cdot x^2$,
(iii) $f(x) = c \cdot x^4$, (iv) $f(x) = k \cdot x + d$.

(16) Finde die Steigung der Tangente am Graphen von $f(x) = 3x^2$ im Punkt $(2|12)$.

(17) Drücke die Steigung der Tangente am Graphen von $f(x) = ax^3$ im Punkt $(2|8a)$ in a aus.

(18) Was ist Differenzieren? Drücke in Worten aus!

(19) Erkläre den Unterschied zwischen dem Differenzenquotienten und dem Differentialquotienten!

(20) Finde die Funktionsvorschrift für die Tangente am Graphen von $f(x) = (x^2 - 2)^2$ an der Stelle $x = 1$.

(21) Untersuche das Monotonieverhalten von $g(x) = x^3 - 4x^2 + 1$.

(22) Zeige, dass die kubische Funktion $k(x) = x^3 - 3x^2 + 8x$ keine Extremstellen hat.

(23) Finde die Wendestellen von $h(x) = x^4 - x^3 + x^2$.

(24) Finde $a \in \mathbb{R}$, sodass $f(x) = x^4 - 3x^2 + ax^2 + 3x + 5$ keine Wendestellen hat.

(25) Untersuche die Funktion $f(x) = x^4 + x^2$ auf Symmetrie, Nullstellen, Monotonieverhalten, Wendestellen, Extremstellen.

(26) Begründe, dass ein Polynom von Grad 10 höchstens 9 Extremstellen und höchstens 8 Wendestellen hat.

(27) Begründe, dass ein Polynom von Grad 7 mindestens eine Nullstelle hat.

(28) Finde einen Wert $a \in \mathbb{R}$, sodass die Funktion $f(x) = -\frac{1}{9}x^3 + ax^2 + 2x + 8$ kein Extremum hat.

(29) Zeige, dass die Funktionen $f(x) = -x^3 + ax^2 + b$ für alle $a.b \in \mathbb{R}$ einen Punkt haben, wo die Ableitung verschwindet. Zeige auch, dass wenn $a > 0$ es immer zwei Extremstellen gibt.

(30) Betrachte das ganz allgemeine kubische Polynom $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mit a, b, c, d reelle Zahlen und $a \neq 0$. Zeige (Begründe), dass jedes solches Polynom genau eine Wendestelle hat. (Hinweis: benutze dein Wissen zu linearen Funktionen mit Steigung k, die nicht Null sein darf.)