Planungsblatt Mathematik für die 7A

Woche 17 (von 04.01 bis 08.01)

Hausaufgaben [1]

Bis Freitag 08.01:
Lerne die Aufgaben 3.176, 3.177, 3.180, 3.181(a), 3.184, 3.185, 3.186, 3.192, 3.194(a)(b), 3.195(a)(b) schon wegen der SA und schau dir alle GK-Aufgaben aus Maturatraining zur Grundkompetenz AG 4.1 an.

Bis Dienstag 12.01:
(1) Lerne die Grundkompetenzaufgaben aus Maturatraining zu allen Grundkompetenzen aus Algebra und Geometrie.
(2) Wiederhole für dich selbst schon einige Differenzieraufgaben aus Kapitel 2 und 3 vom Buch. Am kommenden Dienstag ist Die Fragerunde für die SA.

Kernbegriffe dieser Woche:

Differenzieren, Zunahme, Zunahmerate, Sekante, Tangente, Steigung, Differenzenquotient, Neigungswinkel, mehrfache Ableitungen, Terrassenpunkt, Wendepunkt

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

(a) Donnerstag (2. Std): (i) Besprechung von Aufgaben 3.176, 3.177, 3.180, 3.181(a), 3.184, 3.185, 3.186, 3.192, 3.194(a)(b), 3.195(a)(b), (ii) SA-Vorbereitung: GK-Wiederholung: Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck. Aus Maturatraining: 1.108, 1.109, 1.110, 1.110 und 1.117.

(b) Freitag (3. Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) die GK-Aufgaben 1.112 bis 1.116, danach Varia aus: AG 3.3, 3.4, 3.5, und eventuell aus anderen GK-Bereichen.

Mehrfache Ableitung: zweite Ableitung f'' ist die Ableitung der Ableitung. Wenn f ein Polynom von Grad n ist, dann ist die k. Ableitung $f^{(k)}$ ein Polynom von Grad $n-k$, also $f^{(n+1)} = 0$.
Terrassenpunkt: Erste Ableitung ist Null, aber es ist kein Extremum; das Monotonieverhalten ändert sich nicht. Standardbeispiel: $x = 0$ bei $f(x) = x^3$.
Wendepunkt: Eine Stelle $x = a$, sodass $f''(a) = 0$ und f' muss das Vorzeichen wechseln. Standardbeispiel: $x = 0$ bei $f(x) = x^3 - x$
Monoton Steigend: f ist auf einem Interval I (strikt) monoton steigend, genau dann, wenn $x_1 < x_2$ impliziert $f(x_1) \leq f(x_2)$ ($f(x_1) < f(x_2)$) für alle $x_1, x_2 \in I$.

Unterlagen auf `www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html`

[1] Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Schularbeitsstoff für die zweite SA am 14. Jänner

- Hauptthemen: Differenzieren und Polynomfunktionen. Das sind somit Kapitel 2 und 3 aus dem Buch. Du musst alle (gemachten) Aufgaben von Kapitel 2 und 3 beherrschen.
- Folgende Grundkompetenzen werden auch in Teil 1 abgefragt, und können in Teil 2 als Grundkompetenz auftreten: AG (alles, auch 4.1 und 4.2), FA 1.1 bis 2.6, FA 4.1 bis 4.4, AN 1.1, 1.2 und 1.3, AN 2.1 (aber nur für Polynomfunktionen), AN 3.1 bis 3.3 insofenr diese Differenzieren (Ableitung) betreffen, also OHNE Stammfunktion.

Schularbeitsstoff für die zweite SA am 14. Jänner

- Hauptthemen: Differenzieren und Polynomfunktionen. Das sind somit Kapitel 2 und 3 aus dem Buch. Du musst alle (gemachten) Aufgaben von Kapitel 2 und 3 beherrschen.
- Folgende Grundkompetenzen werden auch in Teil 1 abgefragt, und können in Teil 2 als Grundkompetenz auftreten: AG (alles, auch 4.1 und 4.2), FA 1.1 bis 2.6, FA 4.1 bis 4.4, AN 1.1, 1.2 und 1.3, AN 2.1 (aber nur für Polynomfunktionen), AN 3.1 bis 3.3 insofenr diese Differenzieren (Ableitung) betreffen, also OHNE Stammfunktion.

Schularbeitsstoff für die zweite SA am 14. Jänner

- Hauptthemen: Differenzieren und Polynomfunktionen. Das sind somit Kapitel 2 und 3 aus dem Buch. Du musst alle (gemachten) Aufgaben von Kapitel 2 und 3 beherrschen.
- Folgende Grundkompetenzen werden auch in Teil 1 abgefragt, und können in Teil 2 als Grundkompetenz auftreten: AG (alles, auch 4.1 und 4.2), FA 1.1 bis 2.6, FA 4.1 bis 4.4, AN 1.1, 1.2 und 1.3, AN 2.1 (aber nur für Polynomfunktionen), AN 3.1 bis 3.3 insofenr diese Differenzieren (Ableitung) betreffen, also OHNE Stammfunktion.

Kumulative Fragenkatalog für SWH – exemplarische Aufgaben, nicht ausschöpfend!

(1) Zerlege in lineare Faktoren $p(x) = x^2 - 3x + 12$; $q(x) = 2x^2 - x - 1$.

(2) Gib ein Polynom dritten Grades mit den folgenden Nullstellen $x = -3$, $x = -2$ und $x = 4$.

(3) Skizziere den Graphen einer kubischen Polynomfunktion mit ZWEI Nullstellen.

(4) „Berechne" für $z = 2 + i$ und $w = 3 + 2i$: $\frac{z}{w}$, $(2z - 3w)^2$, $2z + 5w$, zw, $\overline{z}w$ und $\overline{z - w}$.

(5) Was ist der Betrag einer komplexen Zahl? Deute ihn geometrisch!

(6) Zerlege in lineare Faktoren $x^2 - x + 7 = 0$.

(7) Beweise, dass wenn $z \neq 0$ eine komplexe Zahl ist, dass $z\overline{z} > 0$.

(8) Zeige, dass wenn die zwei Nullstellen von $p = x^2 + 3x + 10$ zu einander komplex konjugiert sind. Kannst du dies verallgemeinern?

(9) Wenn $2 + 4i$ die „Nullstelle" eines reellen Polynoms ist, was ist dann die andere Nullstelle?

(10) Formuliere die Regel von Horner!

(11) Vereinfache $\frac{x^4-y^4}{x-y}$ und $\frac{x^4-y^8}{x-y^2}$.

(12) Berechne den Betrag von $z = 3 - 4i$, $w = \frac{1}{1-i}$ und von zw.

(13) Zeige, dass $z = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ die Gleichung $z^3 = 1$ erfüllt. Kannst du damit alle Lösungen zu $z^3 = 1$ finden?

(14) Siehe alle Fragen von „Elementares zu $\mathbb{C}$ – eine Menge leichte Aufgaben" bei Woche 4.

(15) Finde die Steigung der Sekante durch $(a|f(a))$ und $(b|f(b))$ für (i) $f(x) = \frac{1}{x}$, (ii) $f(x) = c \cdot x^2$,
(iii) $f(x) = c \cdot x^4$, (iv) $f(x) = k \cdot x + d$.

(16) Finde die Steigung der Tangente am Graphen von $f(x) = 3x^2$ im Punkt $(2|12)$.

(17) Drücke die Steigung der Tangente am Graphen von $f(x) = ax^3$ im Punkt $(2|8a)$ in a aus.

(18) Was ist Differenzieren? Drücke in Worten aus!

(19) Erkläre den Unterschied zwischen dem Differenzenquotienten und dem Differentialquotienten!

(20) Finde die Funktionsvorschrift für die Tangente am Graphen von $f(x) = (x^2 - 2)^2$ an der Stelle $x = 1$.

(21) Untersuche das Monotonieverhalten von $g(x) = x^3 - 4x^2 + 1$.

(22) Zeige, dass die kubische Funktion $k(x) = x^3 - 3x^2 + 8x$ keine Extremstellen hat.

(23) Finde die Wendestellen von $h(x) = x^4 - x^3 + x^2$.

(24) Finde $a \in \mathbb{R}$, sodass $f(x) = x^4 - 3x^2 + ax^2 + 3x + 5$ keine Wendestellen hat.

(25) Untersuche die Funktion $f(x) = x^4 + x^2$ auf Symmetrie, Nullstellen, Monotonieverhalten, Wendestellen, Extremstellen.

(26) Begründe, dass ein Polynom von Grad 10 höchstens 9 Extremstellen und höchstens 8 Wendestellen hat.

(27) Begründe, dass ein Polynom von Grad 7 mindestens eine Nullstelle hat.

(28) Finde einen Wert $a \in \mathbb{R}$, sodass die Funktion $f(x) = -\frac{1}{9}x^3 + ax^2 + 2x + 8$ kein Extremum hat.

(29) Zeige, dass die Funktionen $f(x) = -x^3 + ax^2 + b$ für alle $a.b \in \mathbb{R}$ einen Punkt haben, wo die Ableitung verschwindet. Zeige auch, dass wenn $a > 0$ es immer zwei Extremstellen gibt.

(30) Betrachte das ganz allgemeine kubische Polynom $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mit a, b, c, d reelle Zahlen und $a \neq 0$. Zeige (Begründe), dass jedes solches Polynom genau eine Wendestelle hat. (Hinweis: benutze dein Wissen zu linearen Funktionen mit Steigung k, die nicht Null sein darf.)

(31) Finde ein kubisches Polynom p, sodass p bei $x = 0$ eine Wendestelle hat, Extremstellen bei $x = -3$ und $x = 4$ hat, und $p(1) = 1$.

(32) Finde ein quartisches Polynom p (also Grad 4), sodass $p(x) = p(-x)$, dass eine Wendestelle bei $x = \pm 2$ hat, $p(0) = 12$ und $p'(1) = -92$ erfüllt.