Planungsblatt Mathematik für die 7A

Woche 19 (von 18.01 bis 22.01)

Hausaufgaben [1]

Donnerstag 21.01:

(A) Lerne/Erledige die Aufgaben 4.11(e)(f)(f)(i), 4.12(a)(e), 4.17 und 4.20.

(B) Schau dir unten das Hand-Out zu Mengen an! Ich überlasse es euch, ob man diese Übungen machen will. Mache sie, und gib sie mir ab, dann korrigiere ich sie. Bei nächsten Schularbeiten werde ich davon ausgehen, dass ihr das könnt und nach Bedarf geübt habt. Bitte auch Folgendes üben:
`http://www.mat.univie.ac.at/~westra/wenzgasse_2015_2016/klasse7A_M/GK_Zahlenmengen_Terme.pdf`
welches ich für euch vor einiger Zeit zusammengestellt habe.[2]

Bis Freitag 22.01:

Lerne und / oder erledige die Aufgaben 4.32, 4.33, 4.35(a)(c)(e)(h).

Bis Dienstag 26.01:

Lerne/Erledige die Aufgaben 4.36(b), 4.37(a)(d), 4.38(a)(b)(c)(d), 4.39, 4.40 (alle).
Lerne auch alle Ableitungsregeln, die wir bis jetzt hatten: bald kommen SWH dazu!

Kernbegriffe dieser Woche:

Ableitungsregeln: Produktregel, Quotientenregeln, Ableitung von trigonometrischen Funktionen und Exponentialfunktionen

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

(a) Dienstag (1. Std): (i) HÜ-Bespr., (ii) 4.02(b)(c), (iii) rationale Funktionen: 4.11(e)(f)(f)(i) und 4.12(a)(e) dann 4.17 und 4.20.

(b) Donnerstag (2. Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) Extremwertaufgaben: 4.32 und 4.33, (iii) erste Verknüpfungsregel: $(f(kx))' = kf'(kx)$, mit $k \in \mathbb{R}$ – Ableitungsregel der Exponentialfunktionen $f(x) = a^x$. damit 4.35(a)(c)(e)(h)

(c) Freitag (3. Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) 4.36(b), 4.37(a)(d), 4.38(a)(b)(c)(d), (iii) Ableitungsregeln der Sinus und Cosinusfunktionen, damit 4.39 und 4.40 (alle)

Produktregel: Falls $f(x) = u(x)v(x)$, dann $f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$.
Kehrwertregel: Falls $f(x) = \frac{1}{u(x)}$, dann $f'(x) = -\frac{u'(x)}{u(x)^2}$.
Quotientenregel: Falls $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$, dann $f' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$.
erste Verknüpfungsregel: Falls $f(x) = h(kx)$ mit k eine Zahl, dann $f'(x) = kh'(kx)$.
Wichtige Funktionen: Falls $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\sin(x) = \cos(x)$, $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\cos(x) = -\sin(x)$, $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}e^x = e^x$.

Unterlagen auf `www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html`

[1] Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.
[2] In anderen Klassen wurde dies schon selbständig durchgenommen. Habt ihr das auch schon gemacht?

Kurzes zu Mengen

$A \cup B$ ist die Vereinigung der Mengen A und B. Sie besteht aus den Elementen von A und B zusammen.
$A \cap B$ ist der Durchschnitt der Mengen A und B. Sie besteht aus den Elementen, die sowohl in A, wie in B liegen.
$A \setminus B$ ist A weniger B und sie besteht aus den Elementen von A, die nicht in B liegen.

Beschreibe $A \cup B$, $A \cap B$ und $A \setminus B$, falls
(a) $A = \mathbb{R}$, $B = \mathbb{Q}$;
(b) $A = \mathbb{Q}$, $B = \mathbb{R}$;
(c) $A = [-1; 1]$, $B = \mathbb{Z}$;
(d) $A = [-1; 1]$, $B = \mathbb{Q}$;
(e) $A = \mathbb{C}$, $B = \mathbb{R}$;
(f) $A = [-1; 1]$, $B = (0; \infty)$;
(g) $A = [-3; 1] \cup [2; 5]$, $B = [-3; 3]$.

$A \subset B$ bedeutet A ist eine Untermenge von B, somit ist jedes Element von A auch ein Element von B.

(i) Beweise $A \cap B \subset A$, $A \subset A \cup B$, $A \subset A$.
(ii) Beweise, dass aus $A \subset B$ folgt, dass $A \cap B = A$.
(iii) Welche Inklusionsbeziehungen gibt es zwischen den Mengen, die oben bei (a) bis (g) benutzt wurden?

Kumulative Fragenkatalog für SWH – exemplarische Aufgaben, nicht ausschöpfend!

(1) Zerlege in lineare Faktoren $p(x) = x^2 - 3x + 12$; $q(x) = 2x^2 - x - 1$.

(2) Gib ein Polynom dritten Grades mit den folgenden Nullstellen $x = -3$, $x = -2$ und $x = 4$.

(3) Skizziere den Graphen einer kubischen Polynomfunktion mit ZWEI Nullstellen.

(4) „Berechne“ für $z = 2 + i$ und $w = 3 + 2i$: $\frac{z}{w}$, $(2z - 3w)^2$, $2z + 5w$, zw, $\overline{z}w$ und $\overline{z - w}$.

(5) Was ist der Betrag einer komplexen Zahl? Deute ihn geometrisch!

(6) Zerlege in lineare Faktoren $x^2 - x + 7 = 0$.

(7) Beweise, dass wenn $z \neq 0$ eine komplexe Zahl ist, dass $z\overline{z} > 0$.

(8) Zeige, dass wenn die zwei Nullstellen von $p = x^2 + 3x + 10$ zu einander komplex konjugiert sind. Kannst du dies verallgemeinern?

(9) Wenn $2 + 4i$ die „Nullstelle“ eines reellen Polynoms ist, was ist dann die andere Nullstelle?

(10) Formuliere die Regel von Horner!

(11) Vereinfache $\frac{x^4 - y^4}{x - y}$ und $\frac{x^4 - y^8}{x - y^2}$.

(12) Berechne den Betrag von $z = 3 - 4i$, $w = \frac{1}{1-i}$ und von zw.

(13) Zeige, dass $z = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$ die Gleichung $z^3 = 1$ erfüllt. Kannst du damit alle Lösungen zu $z^3 = 1$ finden?

(14) Siehe alle Fragen von „Elementares zu $\mathbb{C}$ – eine Menge leichte Aufgaben“ bei Woche 4.

(15) Finde die Steigung der Sekante durch $(a|f(a))$ und $(b|f(b))$ für (i) $f(x) = \frac{1}{x}$, (ii) $f(x) = c \cdot x^2$,
(iii) $f(x) = c \cdot x^4$, (iv) $f(x) = k \cdot x + d$.

(16) Finde die Steigung der Tangente am Graphen von $f(x) = 3x^2$ im Punkt $(2|12)$.

(17) Drücke die Steigung der Tangente am Graphen von $f(x) = ax^3$ im Punkt $(2|8a)$ in a aus.

(18) Was ist Differenzieren? Drücke in Worten aus!

(19) Erkläre den Unterschied zwischen dem Differenzenquotienten und dem Differentialquotienten!

(20) Finde die Funktionsvorschrift für die Tangente am Graphen von $f(x) = (x^2 - 2)^2$ an der Stelle $x = 1$.

(21) Untersuche das Monotonieverhalten von $g(x) = x^3 - 4x^2 + 1$.

(22) Zeige, dass die kubische Funktion $k(x) = x^3 - 3x^2 + 8x$ keine Extremstellen hat.

(23) Finde die Wendestellen von $h(x) = x^4 - x^3 + x^2$.

(24) Finde $a \in \mathbb{R}$, sodass $f(x) = x^4 - 3x^2 + ax^2 + 3x + 5$ keine Wendestellen hat.

(25) Untersuche die Funktion $f(x) = x^4 + x^2$ auf Symmetrie, Nullstellen, Monotonieverhalten, Wendestellen, Extremstellen.

(26) Begründe, dass ein Polynom von Grad 10 höchstens 9 Extremstellen und höchstens 8 Wendestellen hat.

(27) Begründe, dass ein Polynom von Grad 7 mindestens eine Nullstelle hat.

(28) Finde einen Wert $a \in \mathbb{R}$, sodass die Funktion $f(x) = -\frac{1}{9}x^3 + ax^2 + 2x + 8$ kein Extremum hat.

(29) Zeige, dass die Funktionen $f(x) = -x^3 + ax^2 + b$ für alle $a.b \in \mathbb{R}$ einen Punkt haben, wo die Ableitung verschwindet. Zeige auch, dass wenn $a > 0$ es immer zwei Extremstellen gibt.

(30) Betrachte das ganz allgemeine kubische Polynom $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mit a, b, c, d reelle Zahlen und $a \neq 0$. Zeige (Begründe), dass jedes solches Polynom genau eine Wendestelle hat. (Hinweis: benutze dein Wissen zu linearen Funktionen mit Steigung k, die nicht Null sein darf.)

(31) Finde ein kubisches Polynom p, sodass p bei $x = 0$ eine Wendestelle hat, Extremstellen bei $x = -3$ und $x = 4$ hat, und $p(1) = 1$.

(32) Finde ein quartisches Polynom p (also Grad 4), sodass $p(x) = p(-x)$, dass eine Wendestelle bei $x = \pm 2$ hat, $p(0) = 12$ und $p'(1) = -92$ erfüllt.

(33) Bestimme, wo die Ableitung der Funktion $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ (monoton) fallend ist.

(34) Bestimme die Extremstellen der Funktion $f(x) = \frac{x}{4+x^2}$