Planungsblatt Mathematik für die 7A

Woche 24 (von 29.02 bis 04.03)

Hausaufgaben [1]

Donnerstag 03.03:
Lerne die Grundkompetenzen zu Exponentielfunktionen FA 5.1 bis FA 5.6.
Lerne/Erledige das kleine Arbeitsblatt zu Logarithmen und Exponenten.
Nimm das Maturatrainingbuch mit!

Bis Freitag 04.03:
Lerne und erledige dieses Mini-Checkup für Sinus und Cosinus.
Studiere und lerne die Grundkompetenzen FA 6.1 bis 6.6.
Falls du dich schon toll vorbereiten willst: Druck dir diese alte SA aus und versuche schon mal einiges:
`http://www.mat.univie.ac.at/~westra/wenzgasse_2014_2015/klasse7D_M/sa2_wiederholung_m7d.pdf`

Bis Dienstag 08.03:
Bereite dich gut auf die Schularbeit vor!

Kernbegriffe dieser Woche:

Ableitungsregeln: Produktregel, Quotientenregeln, Ableitung von trigonometrischen Funktionen und Exponentialfunktionen, Umkehrfunktionen

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

(a) Dienstag (1. Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) SA-Stoff Besprechung, (iii) Logarithmus- und Exponentialfunktion Wiederholung, (iv) Sonstige Wiederholungen von Log und e^x.

(b) Donnerstag (2. Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) GK-Wiederholungen zu Sinus, Cosinus, Potenzfunktionen und so fort und so weiter, (iii) Mini-Checkup wegen Sinus und Cosinus

(c) Freitag (3. Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) das Üben mit einer alten SA aus einer 7. Klasse – siehe Link

`http://www.mat.univie.ac.at/~westra/wenzgasse_2014_2015/klasse7D_M/sa2_wiederholung_m7d.pdf`

(iii) Weiter mit Funktionen und Differenzieren: 5.02, 5.03 und die Definition von Stetigkeit (Seite 103) – ist die Funktion $f(x) = |x|$ an der Stelle $x = 0$ differenzierbar?

Produktregel, Quotientenregel, Kettenregel: Siehe Buch & Notizen. Sind Standardwissen!
Umkehrfunktion: Falls $f(g(x)) = g(f(x)) = x$, dann nennt man g die Umkehrfunktion von f (und vice versa). Achtung für Definitionsbereich! Dann $g'(x)$ mittels impliziten Differenzierens.

Unterlagen auf `www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html`

[1] Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Schularbeitsstoff für den 8. März

- Hauptthema: Differenzieren und Funktionen. Kapitel 2,3 und 4 aus dem Buch. Somit auch die Grundkompetenzen dazu: AN 1.1, AN 1.2, AN 1.3, AN 2.1, AN 3.1 (nicht den Begriff Stammfunktion), AN 3.2 (nicht Stammfunktion), AN 3.3.
- Alle Arbeitsblätter, Aufgaben und Stundenwiederholungen zum Thema Differenzieren gehören zum Stoff.
- Sonstige Grundkompetenzen: FA 1.1, FA 1.2, FA 1.3, FA 1.4, FA 1.5, FA 1.6, FA 1.8, FA 1.9, FA 2.1, FA 2.2, FA 2.3, FA 2.4, FA 2.5, FA 2.6, FA 3.1, FA 3.2, FA 3.3, FA 3.4, FA 4.1, FA 4.2, FA 4.3, FA 4.4, FA 5.1, FA 5.2, FA 5.3, FA 5.4, FA 5.5, FA 5.6, FA 6.1, FA 6.2, FA 6.3, FA 6.4, FA 6.5, FA 6.6. AG 2.1, AG 2.2, AG 2.3, AG 3.3, AG 3.4, AG 4.1, AG 4.2.

Schularbeitsstoff für den 8. März

- Hauptthema: Differenzieren und Funktionen. Kapitel 2,3 und 4 aus dem Buch. Somit auch die Grundkompetenzen dazu: AN 1.1, AN 1.2, AN 1.3, AN 2.1, AN 3.1 (nicht den Begriff Stammfunktion), AN 3.2 (nicht Stammfunktion), AN 3.3.
- Alle Arbeitsblätter, Aufgaben und Stundenwiederholungen zum Thema Differenzieren gehören zum Stoff.
- Sonstige Grundkompetenzen: FA 1.1, FA 1.2, FA 1.3, FA 1.4, FA 1.5, FA 1.6, FA 1.8, FA 1.9, FA 2.1, FA 2.2, FA 2.3, FA 2.4, FA 2.5, FA 2.6, FA 3.1, FA 3.2, FA 3.3, FA 3.4, FA 4.1, FA 4.2, FA 4.3, FA 4.4, FA 5.1, FA 5.2, FA 5.3, FA 5.4, FA 5.5, FA 5.6, FA 6.1, FA 6.2, FA 6.3, FA 6.4, FA 6.5, FA 6.6. AG 2.1, AG 2.2, AG 2.3, AG 3.3, AG 3.4, AG 4.1, AG 4.2.

Logarithmus und Exponenten

Aufgabe 1: Löse nach x
(a) $3 = 2 \cdot 5^x$
(b) $5^{2x-1} = 17$
(c) $\ln(x^2 + 3) = 8$
(d) $e^{-0,55x} = 0,5$

Aufgabe 2: Begründe:
(a) $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$ wenn $a, b > 0$
(b) $\ln(a^r) = r\ln(a)$, wenn $a > 0$
(c) $\ln(a^2 = 2\ln(|a|)$ für alle $a \in \mathbb{R}^*$
(d) $\ln(\frac{a}{b}) = \ln(a) - \ln(b)$ wenn $a, b > 0$.
(e) $(a^r)^s = a^{rs}$
(f) $\log_b(X) = \frac{\ln(X)}{\ln(b)}$
(g) Wenn $f(x) = ae^{bx}$, dann $f(x+1) = e^b f(x)$ und $f(0) = a$.

Aufgabe 3: Bei radioaktivem Zerfall $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, wobei $N(t)$ ist die Anzahl der Atome, die noch vorhanden sind. N_0 und λ sind positive Zahlen.
(a) Skizziere einen Graphen von $N(t)$.
(b) Interpretiere N_0 und λ.
(c) Zeige, dass $N'(t) = -\lambda N(t)$.
(d) Die Halbwertszeit $T_{1/2}$ ist die Zeitspanne, nach der nur noch die Hälfte des Stoffes vorhanden ist, somit $N(T_{1/2}) = \frac{1}{2}N_0$. Drücke $T_{1/2}$ in λ aus!

Mini-Checkup zu Sinus und Co

Aufgabe 1. Gegeben ist das Dreieck $\triangle ABC$ mit $A = (-3|2)$, $B = (2|-1)$ und $C = (5|10)$. Kontrolliere mit dem Skalarprodukt, ob dieses Dreieck rechtwinklig ist.

Aufgabe 2. Gegeben ist $f(x) = 3 \cdot \sin(2x)$. Berechne die Periode, die Nullstellen, die Extremstellen und zeichne den Graphen.

Aufgabe 3. Gegeben ist eine Funktion $g(x) = a \cdot \cos(bx)$ und wir wissen, dass die Periode 10π beträgt. Des Weiteren beträgt der Unterschied zwischen dem maximalen und dem minimalen Wert der Funktion 7. Finde a und b.

Aufgabe 4. Zeichne die Graphen der Funktionen $f(x) = \sin(x)$, $g_1(x) = \cos(x)$, $f_+(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$, $f_-(x) = \sin(x - \frac{\pi}{2})$, $g_2(x) = -\cos(x)$ in eine Grafik ein, und entscheide, welche Gleich sind. Hinweis: Benutze unterschiedliche Farben.

Aufgabe 5. Begründe: (a) $\sin^2(x) = (1 - \cos(x))(1 + \cos(x))$, (b) $1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$, (c) $\frac{1}{\sin^2(x)} = 1 + \frac{1}{\tan^2(x)}$, (d) $\sin(x + \pi) = -\sin(x)$

Aufgabe 6. In einem Dreieck $\triangle ABC$ ist gegeben, dass $\angle BAC = 25^o$ und $\angle ABC = 55^o$. Des Weiteren beträgt die Länge der Höhenlinie auf AB $5cm$. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks!

Kumulative Fragenkatalog für SWH – exemplarische Aufgaben, nicht ausschöpfend!

(1) Zerlege in lineare Faktoren $p(x) = x^2 - 3x + 12$; $q(x) = 2x^2 - x - 1$.

(2) Gib ein Polynom dritten Grades mit den folgenden Nullstellen $x = -3$, $x = -2$ und $x = 4$.

(3) Skizziere den Graphen einer kubischen Polynomfunktion mit ZWEI Nullstellen.

(4) „Berechne" für $z = 2 + i$ und $w = 3 + 2i$: $\frac{z}{w}$, $(2z - 3w)^2$, $2z + 5w$, zw, $\overline{z}w$ und $\overline{z - w}$.

(5) Was ist der Betrag einer komplexen Zahl? Deute ihn geometrisch!

(6) Zerlege in lineare Faktoren $x^2 - x + 7 = 0$.

(7) Beweise, dass wenn $z \neq 0$ eine komplexe Zahl ist, dass $z\overline{z} > 0$.

(8) Zeige, dass wenn die zwei Nullstellen von $p = x^2 + 3x + 10$ zu einander komplex konjugiert sind. Kannst du dies verallgemeinern?

(9) Wenn $2 + 4i$ die „Nullstelle" eines reellen Polynoms ist, was ist dann die andere Nullstelle?

(10) Formuliere die Regel von Horner!

(11) Vereinfache $\frac{x^4 - y^4}{x - y}$ und $\frac{x^4 - y^8}{x - y^2}$.

(12) Berechne den Betrag von $z = 3 - 4i$, $w = \frac{1}{1-i}$ und von zw.

(13) Zeige, dass $z = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ die Gleichung $z^3 = 1$ erfüllt. Kannst du damit alle Lösungen zu $z^3 = 1$ finden?

(14) Siehe alle Fragen von „Elementares zu $\mathbb{C}$ – eine Menge leichte Aufgaben" bei Woche 4.

(15) Finde die Steigung der Sekante durch $(a|f(a))$ und $(b|f(b))$ für (i) $f(x) = \frac{1}{x}$, (ii) $f(x) = c \cdot x^2$,
(iii) $f(x) = c \cdot x^4$, (iv) $f(x) = k \cdot x + d$.

(16) Finde die Steigung der Tangente am Graphen von $f(x) = 3x^2$ im Punkt $(2|12)$.

(17) Drücke die Steigung der Tangente am Graphen von $f(x) = ax^3$ im Punkt $(2|8a)$ in a aus.

(18) Was ist Differenzieren? Drücke in Worten aus!

(19) Erkläre den Unterschied zwischen dem Differenzenquotienten und dem Differentialquotienten!

(20) Finde die Funktionsvorschrift für die Tangente am Graphen von $f(x) = (x^2 - 2)^2$ an der Stelle $x = 1$.

(21) Untersuche das Monotonieverhalten von $g(x) = x^3 - 4x^2 + 1$.

(22) Zeige, dass die kubische Funktion $k(x) = x^3 - 3x^2 + 8x$ keine Extremstellen hat.

(23) Finde die Wendestellen von $h(x) = x^4 - x^3 + x^2$.

(24) Finde $a \in \mathbb{R}$, sodass $f(x) = x^4 - 3x^2 + ax^2 + 3x + 5$ keine Wendestellen hat.

(25) Untersuche die Funktion $f(x) = x^4 + x^2$ auf Symmetrie, Nullstellen, Monotonieverhalten, Wendestellen, Extremstellen.

(26) Begründe, dass ein Polynom von Grad 10 höchstens 9 Extremstellen und höchstens 8 Wendestellen hat.

(27) Begründe, dass ein Polynom von Grad 7 mindestens eine Nullstelle hat.

(28) Finde einen Wert $a \in \mathbb{R}$, sodass die Funktion $f(x) = -\frac{1}{9}x^3 + ax^2 + 2x + 8$ kein Extremum hat.

(29) Zeige, dass die Funktionen $f(x) = -x^3 + ax^2 + b$ für alle $a.b \in \mathbb{R}$ einen Punkt haben, wo die Ableitung verschwindet. Zeige auch, dass wenn $a > 0$ es immer zwei Extremstellen gibt.

(30) Betrachte das ganz allgemeine kubische Polynom $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mit a, b, c, d reelle Zahlen und $a \neq 0$. Zeige (Begründe), dass jedes solches Polynom genau eine Wendestelle hat. (Hinweis: benutze dein Wissen zu linearen Funktionen mit Steigung k, die nicht Null sein darf.)

(31) Finde ein kubisches Polynom p, sodass p bei $x = 0$ eine Wendestelle hat, Extremstellen bei $x = -3$ und $x = 4$ hat, und $p(1) = 1$.

(32) Finde ein quartisches Polynom p (also Grad 4), sodass $p(x) = p(-x)$, dass eine Wendestelle bei $x = \pm 2$ hat, $p(0) = 12$ und $p'(1) = -92$ erfüllt.

(33) Bestimme, wo die Ableitung der Funktion $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ (monoton) fallend ist.

(34) Bestimme die Extremstellen der Funktion $f(x) = \frac{x}{4+x^2}$

(35) Differenziere die Funktion ... (siehe zB Arbeitsblatt Woche 21)

(36) Untersuche die Funktion ... auf Monotonie, Krümmung, Nullstellen, maximalen Definitionsbereich, ...