

# Planungsblatt Mathematik für die 7A

Woche 28 (von 04.04 bis 08.04)

---

## Hausaufgaben <sup>1</sup>

---

### **Donnerstag 07.04:**

**Lerne/Erledige** 6.56(a), 6.66, 6.81(a) und das Arbeitsblatt zu Geometrie, Kreis und Ellipse.

### **Bis Freitag 08.04:**

Ihr seid (meines Wissens) auf Ausflug oder sonstwie beschäftigt!

### **Bis Dienstag 12.04:**

**Lerne und Erledige:** 6.88(a), 6.89(a), 6.90(a), 6.92(a), 6.93(a), 6.95(a), 6.97(entscheide jeweils, ob innerhalb/außerhalb/auf der Kugel)

**Studiere** die Grundkompetenzen zu Geraden in der Ebene und im Raum! Diese jetzt zu wiederholen wäre vorteilhaft und angebracht!

---

## Kernbegriffe dieser Woche:

Geometrische Figuren und Gleichungen, Kugel, Kreis, Ellipse, GK zu Geraden und Vektoren

---

---

## Ungefähre Wochenplanung

---

### Schulübungen.

- (a) Dienstag (1. Std.): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) Arbeitsblatt mit etwas Geometrie, (iii) 6.56(a), 6.66 durchführen, 6.81(a)
- (b) Donnerstag (2. Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) Kugel: Seite 133 lesen, (iii) 6.88(a), 6.89(a), 6.90(a), 6.92(a), 6.93(a), 6.95(a), 6.97(entscheide jeweils, ob innerhalb/außerhalb/auf der Kugel)
- (c) Freitag (3. Std): Fällt aus! (?)

**Unterlagen auf [www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html](http://www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html)**

---

<sup>1</sup>Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

---

## „Grundkompetenzen“ mit Geometrie, Kreisen und Ellipsen

---

**Aufgabe 1.** Betrachten Sie die Gerade gegeben durch  $3x + ay = 9$  mit  $a \in \mathbb{R}$  und die Ellipse  $2x^2 + 3y^2 = 12$ . Untersuchen Sie die Anzahl der Schnittpunkte in Abhängigkeit von  $a$ .

**Aufgabe 2.** Betrachten Sie die Gerade  $X_t = P + \vec{g}t$  mit  $P = (0|2)$  und  $\vec{g} = (3|2)$ . Geben Sie für jeden  $t$  die Gleichung des Kreises der die  $x$ -Achse berührt und Mittelpunkt  $X_t$  hat.

**Aufgabe 3.** Die Gerade  $3x - 2y = 6$  schneidet den Kreis  $K : x^2 + y^2 = 10$  in zwei Punkten. Bestimmen Sie den Winkel zwischen Gerade und Kreis bei den Schnittpunkten. (Hinweis: du brauchst hier den Winkel zwischen Tangenten des Kreises und der Geraden.) **Aufgabe 4.** Durch zwei Punkte gehen viele Kreise. Wir können den Radius des Kreises noch wählen. Seien jetzt  $P = (0|2)$  und  $Q = (0|-2)$ . Auf welcher Geraden muss der Mittelpunkt eines Kreises durch  $P$  und  $Q$  gehen? Welche Werte kann der Radius eines Kreises durch  $P$  und  $Q$  annehmen? Beschreibe die Kreise durch  $P$  und  $Q$  anhand einer Gleichung, die noch einen Parameter enthält! (Wähle den Parameter geeignet!)

---

## „Grundkompetenzen“ mit Geometrie, Kreisen und Ellipsen

---

**Aufgabe 1.** Betrachten Sie die Gerade gegeben durch  $3x + ay = 9$  mit  $a \in \mathbb{R}$  und die Ellipse  $2x^2 + 3y^2 = 12$ . Untersuchen Sie die Anzahl der Schnittpunkte in Abhängigkeit von  $a$ .

**Aufgabe 2.** Betrachten Sie die Gerade  $X_t = P + \vec{g}t$  mit  $P = (0|2)$  und  $\vec{g} = (3|2)$ . Geben Sie für jeden  $t$  die Gleichung des Kreises der die  $x$ -Achse berührt und Mittelpunkt  $X_t$  hat.

**Aufgabe 3.** Die Gerade  $3x - 2y = 6$  schneidet den Kreis  $K : x^2 + y^2 = 10$  in zwei Punkten. Bestimmen Sie den Winkel zwischen Gerade und Kreis bei den Schnittpunkten. (Hinweis: du brauchst hier den Winkel zwischen Tangenten des Kreises und der Geraden.) **Aufgabe 4.** Durch zwei Punkte gehen viele Kreise. Wir können den Radius des Kreises noch wählen. Seien jetzt  $P = (0|2)$  und  $Q = (0|-2)$ . Auf welcher Geraden muss der Mittelpunkt eines Kreises durch  $P$  und  $Q$  gehen? Welche Werte kann der Radius eines Kreises durch  $P$  und  $Q$  annehmen? Beschreibe die Kreise durch  $P$  und  $Q$  anhand einer Gleichung, die noch einen Parameter enthält! (Wähle den Parameter geeignet!)

---

Kumulative Fragenkatalog für SWH – exemplarische Aufgaben, nicht ausschöpfend!

---

- (1) Zerlege in lineare Faktoren  $p(x) = x^2 - 3x + 12$ ;  $q(x) = 2x^2 - x - 1$ .
- (2) Gib ein Polynom dritten Grades mit den folgenden Nullstellen  $x = -3$ ,  $x = -2$  und  $x = 4$ .
- (3) Skizziere den Graphen einer kubischen Polynomfunktion mit ZWEI Nullstellen.
- (4) „Berechne“ für  $z = 2 + i$  und  $w = 3 + 2i$ :  $\frac{z}{w}$ ,  $(2z - 3w)^2$ ,  $2z + 5w$ ,  $zw$ ,  $\bar{z}w$  und  $\overline{z - w}$ .
- (5) Was ist der Betrag einer komplexen Zahl? Deute ihn geometrisch!
- (6) Zerlege in lineare Faktoren  $x^2 - x + 7 = 0$ .
- (7) Beweise, dass wenn  $z \neq 0$  eine komplexe Zahl ist, dass  $z\bar{z} > 0$ .
- (8) Zeige, dass wenn die zwei Nullstellen von  $p = x^2 + 3x + 10$  zu einander komplex konjugiert sind. Kannst du dies verallgemeinern?
- (9) Wenn  $2 + 4i$  die „Nullstelle“ eines reellen Polynoms ist, was ist dann die andere Nullstelle?
- (10) Formuliere die Regel von Horner!
- (11) Vereinfache  $\frac{x^4 - y^4}{x - y}$  und  $\frac{x^4 - y^8}{x - y^2}$ .
- (12) Berechne den Betrag von  $z = 3 - 4i$ ,  $w = \frac{1}{1-i}$  und von  $zw$ .
- (13) Zeige, dass  $z = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$  die Gleichung  $z^3 = 1$  erfüllt. Kannst du damit alle Lösungen zu  $z^3 = 1$  finden?
- (14) Siehe alle Fragen von „Elementares zu  $\mathbb{C}$  – eine Menge leichte Aufgaben“ bei Woche 4.
- (15) Finde die Steigung der Sekante durch  $(a|f(a))$  und  $(b|f(b))$  für (i)  $f(x) = \frac{1}{x}$ , (ii)  $f(x) = c \cdot x^2$ ,  
(iii)  $f(x) = c \cdot x^4$ , (iv)  $f(x) = k \cdot x + d$ .
- (16) Finde die Steigung der Tangente am Graphen von  $f(x) = 3x^2$  im Punkt  $(2|12)$ .
- (17) Drücke die Steigung der Tangente am Graphen von  $f(x) = ax^3$  im Punkt  $(2|8a)$  in  $a$  aus.
- (18) Was ist Differenzieren? Drücke in Worten aus!
- (19) Erkläre den Unterschied zwischen dem Differenzenquotienten und dem Differentialquotienten!
- (20) Finde die Funktionsvorschrift für die Tangente am Graphen von  $f(x) = (x^2 - 2)^2$  an der Stelle  $x = 1$ .
- (21) Untersuche das Monotonieverhalten von  $g(x) = x^3 - 4x^2 + 1$ .
- (22) Zeige, dass die kubische Funktion  $k(x) = x^3 - 3x^2 + 8x$  keine Extremstellen hat.
- (23) Finde die Wendestellen von  $h(x) = x^4 - x^3 + x^2$ .
- (24) Finde  $a \in \mathbb{R}$ , sodass  $f(x) = x^4 - 3x^2 + ax^2 + 3x + 5$  keine Wendestellen hat.
- (25) Untersuche die Funktion  $f(x) = x^4 + x^2$  auf Symmetrie, Nullstellen, Monotonieverhalten, Wendestellen, Extremstellen.
- (26) Begründe, dass ein Polynom von Grad 10 höchstens 9 Extremstellen und höchstens 8 Wendestellen hat.
- (27) Begründe, dass ein Polynom von Grad 7 mindestens eine Nullstelle hat.
- (28) Finde einen Wert  $a \in \mathbb{R}$ , sodass die Funktion  $f(x) = -\frac{1}{9}x^3 + ax^2 + 2x + 8$  kein Extremum hat.

- (29) Zeige, dass die Funktionen  $f(x) = -x^3 + ax^2 + b$  für alle  $a, b \in \mathbb{R}$  einen Punkt haben, wo die Ableitung verschwindet. Zeige auch, dass wenn  $a > 0$  es immer zwei Extremstellen gibt.
- (30) Betrachte das ganz allgemeine kubische Polynom  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  mit  $a, b, c, d$  reelle Zahlen und  $a \neq 0$ . Zeige (Begründe), dass jedes solches Polynom genau eine Wendestelle hat. (Hinweis: benutze dein Wissen zu linearen Funktionen mit Steigung  $k$ , die nicht Null sein darf.)
- (31) Finde ein kubisches Polynom  $p$ , sodass  $p$  bei  $x = 0$  eine Wendestelle hat, Extremstellen bei  $x = -3$  und  $x = 4$  hat, und  $p(1) = 1$ .
- (32) Finde ein quartisches Polynom  $p$  (also Grad 4), sodass  $p(x) = p(-x)$ , dass eine Wendestelle bei  $x = \pm 2$  hat,  $p(0) = 12$  und  $p'(1) = -92$  erfüllt.
- (33) Bestimme, wo die Ableitung der Funktion  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$  (monoton) fallend ist.
- (34) Bestimme die Extremstellen der Funktion  $f(x) = \frac{x}{4+x^2}$
- (35) Differenziere die Funktion ... (siehe zB Arbeitsblatt Woche 21)
- (36) Untersuche die Funktion ... auf Monotonie, Krümmung, Nullstellen, maximalen Definitionsbereich, ...
- (37) Gegeben sind drei Punkte. Finde die Gleichung für den Kreis durch die drei Punkte.
- (38) Gib die Gleichungen für eine Ellipse mit Halbachsen  $a$  und  $b$ , einen Kreis mit Radius  $r$ , eine Hyperbel.