Planungsblatt Mathematik für die 7A

Woche 29 (von 11.04 bis 15.04)

Hausaufgaben [1]

Donnerstag 14.04:
Lerne/Erledige 9.02(ad)(d)(f), 9.03(alle), 9.05, 9.09

Bis Freitag 15.04:
Lerne und erledige 9.12, 9.14, 9.16, 9.20, 9.21

Bis Dienstag 19.04:
Lerne und Erledige: 9.24, 9.25, 9.26, 9.27, 9.32 und 9.33
Studiere die Grundkompetenzen aus dem Bereich Wahrscheinlichkeit und Statistik, die wir schon hatten; WS 1.1 bis WS 2.3.

Kernbegriffe dieser Woche:

(A) Geometrische Figuren und Gleichungen, Kugel, Kreis, Ellipse, GK zu Geraden und Vektoren
(B) Zufallsvariable, Wahrscheinlichkeitsverteilung, Erwartungswert, empirische Varianz, Mittelwert

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

- **(a)** Dienstag (1. Std.): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) Abschluss Geometrie zuerst, (iii) Zufallsvariable – kurz die Beispiele von Seiten 186 bis 188 / Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(X = a)$, (iv) 9.02(ad)(d)(f), 9.03(alle), 9.05, 9.09
- **(b)** Donnerstag (2. Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) das empirische Gesetz der großen Zahlen, (iii) Als Beispiel 9.12 und 9.14, (iv) empirische Varianz / Mittelwert; 9.16, 9.20, 9.21
- **(c)** Freitag (3. Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) Erwartungswert (S.195): 9.24, 9.25, 9.26, 9.27, 9.32 und 9.33

Eine Zufallsvariable ist eine Funktion bei einem Zufallsversuch; sie ordnet jedem Ergebnis eine Zahl zu.
Eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für eine Zufallsvariable X ist die Zuordnung $x \mapsto P(X = x)$, wobei x eine (reelle) Zahl ist; es werden also die Wahrscheinlichkeiten auf Ergebnisse von X beschrieben.
Erwartungswert: Sei X eine Zufallsvariable, dann $E(X) = \sum_i P(X = a_i)a_i$ wobei die Summe über alle Werte a_i geht, die X annehmen kann.

Unterlagen auf `www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html`

[1] Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Kumulative Fragenkatalog für SWH – exemplarische Aufgaben, nicht ausschöpfend!

(1) Zerlege in lineare Faktoren $p(x) = x^2 - 3x + 12$; $q(x) = 2x^2 - x - 1$.

(2) Gib ein Polynom dritten Grades mit den folgenden Nullstellen $x = -3$, $x = -2$ und $x = 4$.

(3) Skizziere den Graphen einer kubischen Polynomfunktion mit ZWEI Nullstellen.

(4) „Berechne“ für $z = 2 + i$ und $w = 3 + 2i$: $\frac{z}{w}$, $(2z - 3w)^2$, $2z + 5w$, zw, $\overline{z}w$ und $\overline{z - w}$.

(5) Was ist der Betrag einer komplexen Zahl? Deute ihn geometrisch!

(6) Zerlege in lineare Faktoren $x^2 - x + 7 = 0$.

(7) Beweise, dass wenn $z \neq 0$ eine komplexe Zahl ist, dass $z\overline{z} > 0$.

(8) Zeige, dass wenn die zwei Nullstellen von $p = x^2 + 3x + 10$ zu einander komplex konjugiert sind. Kannst du dies verallgemeinern?

(9) Wenn $2 + 4i$ die „Nullstelle“ eines reellen Polynoms ist, was ist dann die andere Nullstelle?

(10) Formuliere die Regel von Horner!

(11) Vereinfache $\frac{x^4-y^4}{x-y}$ und $\frac{x^4-y^8}{x-y^2}$.

(12) Berechne den Betrag von $z = 3 - 4i$, $w = \frac{1}{1-i}$ und von zw.

(13) Zeige, dass $z = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ die Gleichung $z^3 = 1$ erfüllt. Kannst du damit alle Lösungen zu $z^3 = 1$ finden?

(14) Siehe alle Fragen von „Elementares zu $\mathbb{C}$ – eine Menge leichte Aufgaben“ bei Woche 4.

(15) Finde die Steigung der Sekante durch $(a|f(a))$ und $(b|f(b))$ für (i) $f(x) = \frac{1}{x}$, (ii) $f(x) = c \cdot x^2$,
(iii) $f(x) = c \cdot x^4$, (iv) $f(x) = k \cdot x + d$.

(16) Finde die Steigung der Tangente am Graphen von $f(x) = 3x^2$ im Punkt $(2|12)$.

(17) Drücke die Steigung der Tangente am Graphen von $f(x) = ax^3$ im Punkt $(2|8a)$ in a aus.

(18) Was ist Differenzieren? Drücke in Worten aus!

(19) Erkläre den Unterschied zwischen dem Differenzenquotienten und dem Differentialquotienten!

(20) Finde die Funktionsvorschrift für die Tangente am Graphen von $f(x) = (x^2 - 2)^2$ an der Stelle $x = 1$.

(21) Untersuche das Monotonieverhalten von $g(x) = x^3 - 4x^2 + 1$.

(22) Zeige, dass die kubische Funktion $k(x) = x^3 - 3x^2 + 8x$ keine Extremstellen hat.

(23) Finde die Wendestellen von $h(x) = x^4 - x^3 + x^2$.

(24) Finde $a \in \mathbb{R}$, sodass $f(x) = x^4 - 3x^2 + ax^2 + 3x + 5$ keine Wendestellen hat.

(25) Untersuche die Funktion $f(x) = x^4 + x^2$ auf Symmetrie, Nullstellen, Monotonieverhalten, Wendestellen, Extremstellen.

(26) Begründe, dass ein Polynom von Grad 10 höchstens 9 Extremstellen und höchstens 8 Wendestellen hat.

(27) Begründe, dass ein Polynom von Grad 7 mindestens eine Nullstelle hat.

(28) Finde einen Wert $a \in \mathbb{R}$, sodass die Funktion $f(x) = -\frac{1}{9}x^3 + ax^2 + 2x + 8$ kein Extremum hat.

(29) Zeige, dass die Funktionen $f(x) = -x^3 + ax^2 + b$ für alle $a.b \in \mathbb{R}$ einen Punkt haben, wo die Ableitung verschwindet. Zeige auch, dass wenn $a > 0$ es immer zwei Extremstellen gibt.

(30) Betrachte das ganz allgemeine kubische Polynom $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mit a, b, c, d reelle Zahlen und $a \neq 0$. Zeige (Begründe), dass jedes solches Polynom genau eine Wendestelle hat. (Hinweis: benutze dein Wissen zu linearen Funktionen mit Steigung k, die nicht Null sein darf.)

(31) Finde ein kubisches Polynom p, sodass p bei $x = 0$ eine Wendestelle hat, Extremstellen bei $x = -3$ und $x = 4$ hat, und $p(1) = 1$.

(32) Finde ein quartisches Polynom p (also Grad 4), sodass $p(x) = p(-x)$, dass eine Wendestelle bei $x = \pm 2$ hat, $p(0) = 12$ und $p'(1) = -92$ erfüllt.

(33) Bestimme, wo die Ableitung der Funktion $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ (monoton) fallend ist.

(34) Bestimme die Extremstellen der Funktion $f(x) = \frac{x}{4+x^2}$

(35) Differenziere die Funktion . . . (siehe zB Arbeitsblatt Woche 21)

(36) Untersuche die Funktion . . . auf Monotonie, Krümmung, Nullstellen, maximalen Definitionsbereich, . . .

(37) Gegeben sind drei Punkte. Finde die Gleichung für den Kreis durch die drei Punkte.

(38) Gib die Gleichungen für eine Ellipse mit Halbachsen a und b, einen Kreis mit Radius r, eine Hyperbel.

(39) Gegeben ist die Gleichung eines Kreises $x^2 + y^2 - 8x - 9y = 50$. Bestimme Radius und Mittelpunkt.

(40) Gegeben ist ein Kreis $x^2+y^2 = 10$ und eine Gerade $x-2y = 1$. Berechne die Schnittpunkte.

(41) Gegeben ist ein Kreis $x^2 + y^2 + 10$ und der Punkt $(8|5)$. Bestimme die Normalvektorform einer Geraden, die den Kreis berührt. Hinweise: Entweder arbeite mit Sinus und Cosinus und bestimme zuerst einen Berührungspunkt, oder, vielleicht einfacher: Eine Gerade durch den Punkt ist von der Form $(8|5) + t \cdot (1|a)$. Bestimme dann a, sodass nur ein Schnittpunkt mit dem Kreis existiert.