

Planungsblatt Mathematik für die 7A

Woche 34 (von 16.05 bis 20.05)

Hausaufgaben ¹

Bis Freitag 20.05:

Lerne und erledige die Aufgaben Aufgaben 9.136, 9.137, 9.138, 9.139.

Bis Dienstag 24.05:

Erledige die SA-Analyse und mache eine To-Do-Liste im Bezug auf Grundkompetenzen!

Erledige/Studiere die Aufgaben 9.140, 9.141, 9.144, 9.149, 9.155, 9.159, 9.165.

Kernbegriffe dieser Woche:

Zufallsvariable, Wahrscheinlichkeitsverteilung, Erwartungswert, empirische Varianz, Mittelwert, Binomialverteilung, Hypergeometrische Verteilung, Kombinatorik

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

- (a) Donnerstag (2. Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) Binomialverteilung und Statistik: Aufgaben 9.136, 9.137, 9.138, 9.139, (iii) Plan für die nächsten Wochen erklären
- (b) Freitag (3. Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) Referat zu einigen Grundkompetenzen, (iii) 9.140, 9.141, 9.144, 9.149, 9.155, 9.159, 9.165

Eine Zufallsvariable ist eine Funktion bei einem Zufallsversuch; sie ordnet jedem Ergebnis eine Zahl zu.

Eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für eine Zufallsvariable X ist die Zuordnung $x \mapsto P(X = x)$, wobei x eine (reelle) Zahl ist; es werden also die Wahrscheinlichkeiten auf Ergebnisse von X beschrieben.

Erwartungswert: Sei X eine Zufallsvariable, dann $E(X) = \sum_i P(X = a_i)a_i$ wobei die Summe über alle Werte a_i geht, die X annehmen kann.

Varianz: Sei X eine Zufallsvariable, dann $\sigma_X^2 = E[(X - EX)^2] = E(X^2) - (EX)^2 \geq 0$.

Fakultätsfunktion: Es gibt $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ Weisen n unterschiedliche Dinge anzuordnen. Man definiert aber $0! = 1$

Binomialverteilung: Wenn X binomialverteilt mit Parametern n und p ist, dann $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$, $E(X) = np$ und $Var(X) = np(1 - p)$.

Unterlagen auf www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html

¹Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Kumulative Fragenkatalog für SWH – exemplarische Aufgaben, nicht ausschöpfend!

- (1) Zerlege in lineare Faktoren $p(x) = x^2 - 3x + 12$; $q(x) = 2x^2 - x - 1$.
- (2) Gib ein Polynom dritten Grades mit den folgenden Nullstellen $x = -3$, $x = -2$ und $x = 4$.
- (3) Skizziere den Graphen einer kubischen Polynomfunktion mit ZWEI Nullstellen.
- (4) „Berechne“ für $z = 2 + i$ und $w = 3 + 2i$: $\frac{z}{w}$, $(2z - 3w)^2$, $2z + 5w$, zw , $\bar{z}w$ und $\overline{z - w}$.
- (5) Was ist der Betrag einer komplexen Zahl? Deute ihn geometrisch!
- (6) Zerlege in lineare Faktoren $x^2 - x + 7 = 0$.
- (7) Beweise, dass wenn $z \neq 0$ eine komplexe Zahl ist, dass $z\bar{z} > 0$.
- (8) Zeige, dass wenn die zwei Nullstellen von $p = x^2 + 3x + 10$ zu einander komplex konjugiert sind. Kannst du dies verallgemeinern?
- (9) Wenn $2 + 4i$ die „Nullstelle“ eines reellen Polynoms ist, was ist dann die andere Nullstelle?
- (10) Formuliere die Regel von Horner!
- (11) Vereinfache $\frac{x^4 - y^4}{x - y}$ und $\frac{x^4 - y^8}{x - y^2}$.
- (12) Berechne den Betrag von $z = 3 - 4i$, $w = \frac{1}{1-i}$ und von zw .
- (13) Zeige, dass $z = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ die Gleichung $z^3 = 1$ erfüllt. Kannst du damit alle Lösungen zu $z^3 = 1$ finden?
- (14) Siehe alle Fragen von „Elementares zu \mathbb{C} – eine Menge leichte Aufgaben“ bei Woche 4.
- (15) Finde die Steigung der Sekante durch $(a|f(a))$ und $(b|f(b))$ für (i) $f(x) = \frac{1}{x}$, (ii) $f(x) = c \cdot x^2$,
(iii) $f(x) = c \cdot x^4$, (iv) $f(x) = k \cdot x + d$.
- (16) Finde die Steigung der Tangente am Graphen von $f(x) = 3x^2$ im Punkt $(2|12)$.
- (17) Drücke die Steigung der Tangente am Graphen von $f(x) = ax^3$ im Punkt $(2|8a)$ in a aus.
- (18) Was ist Differenzieren? Drücke in Worten aus!
- (19) Erkläre den Unterschied zwischen dem Differenzenquotienten und dem Differentialquotienten!
- (20) Finde die Funktionsvorschrift für die Tangente am Graphen von $f(x) = (x^2 - 2)^2$ an der Stelle $x = 1$.
- (21) Untersuche das Monotonieverhalten von $g(x) = x^3 - 4x^2 + 1$.
- (22) Zeige, dass die kubische Funktion $k(x) = x^3 - 3x^2 + 8x$ keine Extremstellen hat.
- (23) Finde die Wendestellen von $h(x) = x^4 - x^3 + x^2$.
- (24) Finde $a \in \mathbb{R}$, sodass $f(x) = x^4 - 3x^2 + ax^2 + 3x + 5$ keine Wendestellen hat.
- (25) Untersuche die Funktion $f(x) = x^4 + x^2$ auf Symmetrie, Nullstellen, Monotonieverhalten, Wendestellen, Extremstellen.
- (26) Begründe, dass ein Polynom von Grad 10 höchstens 9 Extremstellen und höchstens 8 Wendestellen hat.
- (27) Begründe, dass ein Polynom von Grad 7 mindestens eine Nullstelle hat.
- (28) Finde einen Wert $a \in \mathbb{R}$, sodass die Funktion $f(x) = -\frac{1}{9}x^3 + ax^2 + 2x + 8$ kein Extremum hat.

- (29) Zeige, dass die Funktionen $f(x) = -x^3 + ax^2 + b$ für alle $a, b \in \mathbb{R}$ einen Punkt haben, wo die Ableitung verschwindet. Zeige auch, dass wenn $a > 0$ es immer zwei Extremstellen gibt.
- (30) Betrachte das ganz allgemeine kubische Polynom $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mit a, b, c, d reelle Zahlen und $a \neq 0$. Zeige (Begründe), dass jedes solches Polynom genau eine Wendestelle hat. (Hinweis: benutze dein Wissen zu linearen Funktionen mit Steigung k , die nicht Null sein darf.)
- (31) Finde ein kubisches Polynom p , sodass p bei $x = 0$ eine Wendestelle hat, Extremstellen bei $x = -3$ und $x = 4$ hat, und $p(1) = 1$.
- (32) Finde ein quartisches Polynom p (also Grad 4), sodass $p(x) = p(-x)$, dass eine Wendestelle bei $x = \pm 2$ hat, $p(0) = 12$ und $p'(1) = -92$ erfüllt.
- (33) Bestimme, wo die Ableitung der Funktion $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ (monoton) fallend ist.
- (34) Bestimme die Extremstellen der Funktion $f(x) = \frac{x}{4+x^2}$
- (35) Differenziere die Funktion ... (siehe zB Arbeitsblatt Woche 21)
- (36) Untersuche die Funktion ... auf Monotonie, Krümmung, Nullstellen, maximalen Definitionsbereich, ...
- (37) Gegeben sind drei Punkte. Finde die Gleichung für den Kreis durch die drei Punkte.
- (38) Gib die Gleichungen für eine Ellipse mit Halbachsen a und b , einen Kreis mit Radius r , eine Hyperbel.
- (39) Gegeben ist die Gleichung eines Kreises $x^2 + y^2 - 8x - 9y = 50$. Bestimme Radius und Mittelpunkt.
- (40) Gegeben ist ein Kreis $x^2 + y^2 = 10$ und eine Gerade $x - 2y = 1$. Berechne die Schnittpunkte.
- (41) Gegeben ist ein Kreis $x^2 + y^2 + 10$ und der Punkt $(8|5)$. Bestimme die Normalvektorform einer Geraden, die den Kreis berührt. Hinweise: Entweder arbeite mit Sinus und Cosinus und bestimme zuerst einen Berührungspunkt, oder, vielleicht einfacher: Eine Gerade durch den Punkt ist von der Form $(8|5) + t \cdot (1|a)$. Bestimme dann a , sodass nur ein Schnittpunkt mit dem Kreis existiert.