Planungsblatt Mathematik für die 7A

Woche 3 (von 21.09 bis 25.09)

Hausaufgaben [1]

Donnerstag 24.09:
Erledige die Aufgaben 10.15(a), 10.19(a), 10.22, 10.23 (alle), 10.24(a)(b)(c), 10.32(a)(b)(c).
Achtung: Auf der 7D-Website 2014/2015 findest du auch einige Notizen zu $\mathbb{C}$:
`http://www.mat.univie.ac.at/~westra/wenzgasse_2014_2015/klasse7D_M/woche2_scan1_m7d.pdf`
`http://www.mat.univie.ac.at/~westra/wenzgasse_2014_2015/klasse7D_M/woche2_scan2_m7d.pdf`
`http://www.mat.univie.ac.at/~westra/wenzgasse_2014_2015/klasse7D_M/woche2_scan3_m7d.pdf`

Bis Freitag 25.09:
Mache die Aufgaben 10.38(a)(b)(c), 10.44(a), 10.45(b), 10.46(a)(c) fertig. Mache die Aufgabe 10.41(a) schön/ordentlich auf einem Blatt Papier, sodass du 10.41(a) mir **abgeben** kannst!

Bis Dienstag 29.09:
Studiere und mache die Grundkompetenzaufgaben 10.68 bis 10.72.

Kernbegriffe dieser Woche:

Komplexe Zahlen. Die Zahl i. Betrag, komplex konjugierte Zahl, Gauß'sche Ebene.

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

- **(a)** Dienstag (1. Std): HÜ-Bespr. und mSWH, (ii) die Aufgaben 10.15(a), 10.19(a), 10.22, 10.23 (alle), 10.24(a)(b)(c), (iii) Gauß'sche Ebene: 10.32(a)(b)(c)
- **(b)** Donnerstag (2. Std): HÜ-Bespr. und mSWH, (ii) Polardarstellung von komplexen Zahlen: 10.38(a)(b)(c) gemeinsam; Die Sätze von Seite 241 und die Formel von De Moivre; Gemeinsam 10.44(a), 10.45(b), 10.46(a)(c)
- **(c)** Freitag (3. Std): HÜ-Bespr. und sSWH (ii) Satz von Euler (Defn. von e^z für $z \in \mathbb{C}$); Historisches zur Erweiterung von $\mathbb{Q}$ auf $\mathbb{C}$; (iii) Grundkompetenzen: 10.68 bis 10.72. (iv) Sei p ein Polynom in $\mathbb{R}$ von Grad n, dann hat die Gleichung p n Lösungen in $\mathbb{C}$ und falls z eine Lösung ist, dann auch $\overline{z}$.

Unterlagen auf `www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html`

[1] Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Fragenkatalog für SWH – exemplarische Aufgaben, nicht ausschöpfend!

(a) Zerlege in lineare Faktoren $p(x) = x^2 - 3x + 12$; $q(x) = 2x^2 - x - 1$.

(b) Gib ein Polynom dritten Grades mit den folgenden Nullstellen $x = -3$, $x = -2$ und $x = 4$.

(c) Skizziere den Graphen einer kubischen Polynomfunktion mit ZWEI Nullstellen.

(d) „Berechne“ für $z = 2 + i$ und $w = 3 + 2i$: $\frac{z}{w}$, $(2z - 3w)^2$, $2z + 5w$, zw, $\overline{z}w$ und $\overline{z - w}$.

(e) Was ist der Betrag einer komplexen Zahl? Deute ihn geometrisch!

(f) Zerlege in lineare Faktoren $x^2 - x + 7 = 0$.

(g) Beweise, dass wenn $z \neq 0$ eine komplexe Zahl ist, dass $z\overline{z} > 0$.

(h) Zeige, dass wenn die zwei Nullstellen von $p = x^2 + 3x + 10$ zu einander komplex konjugiert sind. Kannst du dies verallgemeinern?

(i) Wenn $2 + 4i$ die „Nullstelle“ eines reellen Polynoms ist, was ist dann die andere Nullstelle?

(j) Formuliere die Regel von Horner!

(k) Vereinfache $\frac{x^4 - y^4}{x - y}$ und $\frac{x^4 - y^8}{x - y^2}$.

(l) Berechne den Betrag von $z = 3 - 4i$, $w = \frac{1}{1-i}$ und von zw.

(m) Zeige, dass $z = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}$ die Gleichung $z^3 = 1$ erfüllt. Kannst du damit alle Lösungen zu $z^3 = 1$ finden?

Ausarbeitung einiger HÜ (Buchaufgaben)

10.04.

(1) Benutze, dass $i^2 = -1$, sodass $i^4 = 1$. Dann bekommst du:
$i^0 = 1$, $i^1 = i$, $i^2 = -1$, $i^3 = -1 \cdot i = -i$, $i^4 = 1$
$i^5 = i$, $i^6 = -1$, $i^7 = -i$, $i^8 = 1$,
$i^9 = i$, $i^{10} = -1$, $i^{11} = -i$, $i^{12} = 1$,
$i^{13} = i$, $i^{14} = -1$, $i^{15} = -i$, $i^{16} = 1$, ... usw.

(2) $i^{4k} = 1$, $i^{4k+2} = -1$, $i^{4k+1} = i$ und $i^{4k+3} = -i$. **Achtung** $i^{2k} \in \mathbb{R}$. Man sieht also, dass $i^m \in \{i, -i, 1, -1\}$.

(3) $i^{40} = 1$, $i^{122} = -1$, $i^{81} = i$ und $i^{163} = -i$

10.06 (a) $(3 + 2i) + (2 + 6i) = 5 + 8i$ **10.07** (b) $\frac{1}{12} + \frac{3}{2}i$

10.09

(a) $(3 + 2i) \cdot (2 + 6i) = 6 + 18i + 4i - 12 = -6 + 22i$

(b) $(3 - 2i) \cdot (2 - 6i) = 6 - 18i - 4i - 12 = -6 - 22i$

10.10 (a) $(1 + i)^2 = (1 + i)(1 + i) = 1 + 2i - 1 = 2i$ **Achtung**: Es ist also verführerisch, zu denken, dass $\frac{1+i}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}$ die Wurzel aus i wäre, aber das stimmt nur halb ...

Speziell für die, die wissen wollen, **warum** man nicht benutzen darf, dass $\sqrt{-1} = i$:
Wenn man benutzt, dass gelten sollte $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$, dann hat man:
$-1 = i^2 = i \cdot i = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{-1 \cdot -1} = \sqrt{1} = 1$, also $-1 = 1$, und das heißt, entweder geben wir die Regel $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ für komplexe Zahlen auf, oder wir müssen allgemein mit der Wurzel aufpassen und sollten uns hüten, $i = \sqrt{-1}$ zu schreiben - in der Praxis macht man beide.