Planungsblatt Mathematik für die 7A

Woche 5 (von 05.10 bis 09.10)

Hausaufgaben [1]

Donnerstag 08.10:
Lerne alles zu $\mathbb{C}$ und sorge dafür, dass die Finanzmathematikaufgabe richtig in deine Mitschrift aufgenommen und von dir gut verstanden ist!
Bis Freitag 09.10:
(i) Lerne / Erledige Aufgabe 2.03, lerne die Definitionen von S. 13 und S. 15. Studiere das Beispiel mit den Tangenten von Parabeln $y = ax^2$.
(ii) Berechne die Steigung der Sekante durch $(a|f(a))$ und $(b|f(b))$ für die Funktion $f(x) = x^3$. Hinweis: Horner-3: $b^3 - a^3 = (b - a) \cdot \ldots$.
Bis Dienstag 13.10:
Erledige und/oder studiere die Aufgaben 2.05, 2.06, 2.07, 2.08(a)(b)(e), 2.09(a)(e), 2.10(a)(b) und 2.14

Kernbegriffe dieser Woche:

Komplexe Zahlen. Die Zahl i. Betrag, komplex konjugierte Zahl, Gauß'sche Ebene, Satz von Euler, Satz von De Moivre.

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

(a) Dienstag (1. Std): HÜ-Bespr. und mSWH, (ii) Fragenrunde zu $\mathbb{C}$ – Überblickzwang? (iii) Die Aufgaben von Seite 261 zu Komplexen Zahlen, (iv) Finanzmathematikaufgabe: Ausarbeitung bzw. Fragen klären.

(b) Donnerstag (2. Std): HÜ-Bespr. und sSWH zu $\mathbb{C}$, (ii) neues Thema: Differenzieren! Wiederholung vom Beispiel der Parabel $y = ax^2$. Dann für Geraden: $y = kx + d$, also $\frac{\Delta y}{\Delta x} = k$, also konstant! (iii) Die Definitionen von Seite 13, dann Aufgabe 2.03, und die Definitionen von Seite 15.

(c) Freitag (3. Std): HÜ-Bespr. und mSWH zu Notizen von Donnerstag (ii) Aufgaben 2.05, 2.06, 2.07, 2.08(a)(b)(e), 2.09(a)(e), 2.10(a)(b) und 2.14

Satz von De Moivre: Falls $z = r \cdot (\cos(\alpha) + i \sin(\alpha))$ mit r, α reell, dann $z^n = r^n \cdot (\cos(n\alpha) + i \sin(n\alpha))$. MaW: De Moivre sagt uns, dass Potenzen einer komplexen Zahl in Polardarstellung extrem leicht auszurechnen sind: Betrag potenzieren, Argument multiplizieren.
Satz von Euler: Falls $z = a + bi$, mit a, b reell, dann $e^z = e^{a+bi} = e^a \cdot (\cos(b) + i \sin(b))$, sodass also $|e^z| = e^a$ und $\mathrm{Arg}(z) = b$. Im Besonderen $e^{i\alpha} = \cos(\alpha) + i \sin(\alpha)$ (nimm $a = 0$, sodass $e^a = 1$). Aber auch $e^{i\pi} + 1 = 0$.
Regel von Horner: $a^n - b^n = (a - b) \cdot (a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \cdots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$.

Unterlagen auf `www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html`

[1] Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Fragenkatalog für SWH – exemplarische Aufgaben, nicht ausschöpfend!

(a) Zerlege in lineare Faktoren $p(x) = x^2 - 3x + 12$; $q(x) = 2x^2 - x - 1$.

(b) Gib ein Polynom dritten Grades mit den folgenden Nullstellen $x = -3$, $x = -2$ und $x = 4$.

(c) Skizziere den Graphen einer kubischen Polynomfunktion mit ZWEI Nullstellen.

(d) „Berechne“ für $z = 2 + i$ und $w = 3 + 2i$: $\frac{z}{w}$, $(2z - 3w)^2$, $2z + 5w$, zw, $\overline{z}w$ und $\overline{z - w}$.

(e) Was ist der Betrag einer komplexen Zahl? Deute ihn geometrisch!

(f) Zerlege in lineare Faktoren $x^2 - x + 7 = 0$.

(g) Beweise, dass wenn $z \neq 0$ eine komplexe Zahl ist, dass $z\overline{z} > 0$.

(h) Zeige, dass wenn die zwei Nullstellen von $p = x^2 + 3x + 10$ zu einander komplex konjugiert sind. Kannst du dies verallgemeinern?

(i) Wenn $2 + 4i$ die „Nullstelle“ eines reellen Polynoms ist, was ist dann die andere Nullstelle?

(j) Formuliere die Regel von Horner!

(k) Vereinfache $\frac{x^4-y^4}{x-y}$ und $\frac{x^4-y^8}{x-y^2}$.

(l) Berechne den Betrag von $z = 3 - 4i$, $w = \frac{1}{1-i}$ und von zw.

(m) Zeige, dass $z = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ die Gleichung $z^3 = 1$ erfüllt. Kannst du damit alle Lösungen zu $z^3 = 1$ finden?

(n) Siehe alle Fragen von „Elementares zu $\mathbb{C}$ – eine Menge leichte Aufgaben“ bei Woche 4.

(o) Finde die Steigung der Sekante durch $(a|f(a))$ und $(b|f(b))$ für (i) $f(x) = \frac{1}{x}$, (ii) $f(x) = c \cdot x^2$, (iii) $f(x) = c \cdot x^4$, (iv) $f(x) = k \cdot x + d$.