Planungsblatt Mathematik für die 8D

Woche 14 (von 07.12 bis 11.12)

Hausaufgaben [1]

Bis Donnerstag 10.12:
Sei $f(x)$ die Dichtefunktion von einer standardnormalverteilten stochastischen Variable X. Sei $F(x)$ die Dichtefunktion, also $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\mathrm{d}t$. Begründe folgende Formeln geometrisch!
(a) wenn $a > 0$, $P(-a \leq X \leq a) = F(a) - F(-a)$
(b) $P(X \geq b) = 1 - F(b)$
(c) $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$

Bis Dienstag 15.12:
Lerne / Erledige die Aufgaben 5.15, 5.16, 5.17(a)(d), 5.20, 5.21
Sorge auch dafür, dass alle Aufgaben aus dem Buch der vorigen Woche gekonnt werden. Die Physikaufgaben waren eher als Einführung einer Idee gedacht - hoffentlich ist die Idee der Existenz einer Dichtefunktion einigermaßen begründet und verstanden worden.
Wichtige Grundidee: Funktionen machen aus Zahlen neue Zahlen, Verteilungen machen aus Intervallen Zahlen. Integrieren von Funktionen mit $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|\mathrm{d}x < \infty$ schaffen das auch. Filosofiere darüber etwas, dann werden wir froh sein! Für KO ist ein lustiges Beispiel hier unten zu finden!

Kernbegriffe dieser Woche:

partielle Integration, Kurvenlänge, Break-Even, Stückkosten, Betriebsoptimum, Cournot'scher Punkt, Finanzmathe! Dichtefunktion, Verteilungsfunktion.

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

(a) Mittwoch (2. Std) : (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) Zusammenfassen bzw. Klären aller Aufgaben 5.05, 5.06, 5.07, 5.08(a), 5.09(a)(b)(c), 5.10(a), 5.12(a), 5.13, (iii) Glockenkurvendiskussion – und wie euer Formelheft funktioniert

(b) Donnerstag (4. Std) : (i) HÜ-Bespr. & evt. mSWH, (ii) Aufgaben 5.15, 5.16, 5.17(a)(d), 5.20, 5.21, (iii) Fragenrunde?

Normalverteilung mit MW μ und Standardabweichung σ hat Dichte $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

Wenn X (μ, σ)-verteilt ist, dann ist $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ $(0, 1)$-verteilt, also standard normalverteilt.

Unterlagen auf `www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html`

[1] Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Die Buchaufgaben, die wir hatten

1.20, 1.27(a)(c)(e), 1.28(a), 1.30(a), 1.31(a), 1.33(b), 1.35(a), 1.36(a)(g)(h), 1.37(a)(b), 1.38(a)(c), 1.39(a)(b), 1.40(a)(b), 1.41(a); GK-Aufgaben 1.51 bis 1.61; 2.03(a), 2.04(e), 2.06(a), 2.07(a)(b), 2.11; 2.15, 2.17(a), 2.21, 2.26; 2.27, 2.33 und 2.37, 2.39, 2.40, 2.41, 2.44. 2.49, 2.50, 2.55; 2.57, 2.58, 2.59, 2.60(a), 2.62(a), 2.63(a)(c), 2.64(e), 2.65. 2.62(a), 2.63(a)(c), 2.64(e), 2.65; 2.75, 2.79, 2.81, 3.84; 12.23, 12.25, 12.27, 12.28, 12.29, 12.30, 12.31. 3.10(a), 3.12(c). 3.14(d), 3.17, 3.18(a)(b)(c)(d). 3.24 bis 3.29. 4.02, 4.03. 4.12(a), 4.14, 4.16, 4.18(a), 4.19, 4.20, 4.21, 4.22, 4.25, 4.26, 4.29, 5.01, 5.02, 5.03. 5.05, 5.06, 5.07, 5.08(a), 5.09(a)(b)(c), 5.10(a), 5.12(a), 5.13.

Das lustige Beispiel für KO!

Wir nehmen ein Glücksrad, teilen es in drei gleich große Teile (Rot, Blau und Grün) auf und markieren an der Grenze zwischen Rot und Blau die Stelle „Null". Dann drehen wir mit dem Glücksrad und gewinnen (der Staat, Direktor, Minister von Glücksspielen, oder wer auch immer hat sicher noch ein Kontingent für so etwas) dann X Euro mit folgenden Regeln:
(a) Liegt der Zeiger im roten Drittel, dann messen wir den (kleinsten) Winkel (in Grad) zu Null und das ist der Gewinn in Euro.
(b) Liegt der Zeiger auf der Grenze zu Blau oder im blauen Sektor, so gewinnen wir 120 Euro.
(c) Liegt der Zeiger im grünnen Drittel, so messen wir den Winkel zu Null (im gleichen Drehsinn, also es ist der große Winkel, mehr als 240 Grad) und gewinnen genau den Betrag in Euro weniger 120 Euro. Somit könen wir maximal bis zu 240 Euro gewinnen.
(d) Landet der Zeiger bei „Null", so gewinnen wir Null Euro.

Sei X der gewonnene Betrag. So ist seine Verteilung durch folgendes festgelegt:
(a) $P(X \leq x) = \dfrac{x}{360}$ wenn $x < 120$,

(b) $P(X = 120) = \dfrac{1}{3}$

(c) $P(X \leq x) = \dfrac{x + 120}{360}$ wenn $120 < x < 240$

(d) $P(X = 240) = P(X = 0) = 0$.

Und jetzt wird es sehr interessant!!!! (Wirklich jetzt!) Die Verteilung von X ist so, dass es keine Funktion f gibt, sodass $P = \int f$. Warum? Einfach, wenn f eine Funktion ist, dann ist

$$\lim_{h \to 0} \int_{120-h}^{120+h} f(x)\mathrm{d}x = 0,$$

aber

$$\lim_{h \to 0} (P(120 + h) - P(120 - h)) = \frac{1}{3}\,.$$

Ist das nicht schön? Es gibt mehr zwischen Himmel und Erde als das Schulbuch! Es gibt auch die Mathematikhölle, ich meine, den Mathematikhimmel!