Dritte Schularbeit Mathematik Klasse 4B am 10.03.2017

FEHLER VORBEHALTEN.

KORREKTUR GRUPPE A

Aufgabe 1. (2x2 Punkte)

Löse folgende Systeme von zwei Gleichungen in zwei Variablen

(a)
$I: \quad x + y = 9$
$II: \quad 2x + y = 3.$

(b)
$I: \quad 5x - 3y = 9$
$II: \quad -2x + y = 3.$

Siehe Unterricht – nach Bedarf.

Aufgabe 2. (2 Punkte)

Gegeben ist die Gerade $g: \quad 3x - 10y = 18$. Bestimme, in welchen zwei Punkten die Gerade g die Koordinatenachsen schneidet.

Schnittpunkt mit x-Achse: Hier ist $y = 0$. Einsetzen: $3x = 18$, also $x = 6$, somit $(6|0)$.

Schnittpunkt mit y-Achse: Hier ist $x = 0$. Einsetzen: $-10y = 18$, also $y = -9/5$, somit $(0|-1,8)$.

Aufgabe 3. (2 Punkte)

Gegeben sind $A = (3|7)$ und $B = (5|1)$. Bestimme die Entfernung zwischen A und B.

$s_{AB}^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 = 2^2 + 6^2 = 40$. Distanz $\sqrt{40}$.

Aufgabe 4. (3 Punkte)

Kreuze an, welche zwei der unterstehenden Aussagen richtig sind!

(1).	Die Graphen zweier linearen Funktionen sind parallel falls ihre Steigungen gleich sind.	☒
(2).	Die Geraden $g_1: \quad 2x + 3y = 1$ und $g_2: \quad 2x - 3y = -1$ sind parallel.	☐
(3).	Jede Gerade $g: \quad ax + by = c$ ist der Graph einer linearen Funktion.	☐
(4).	Die Gerade $g_3: \quad 5x + 2y = 0$ geht durch den Ursprung.	☒
(5).	In einem Dreieck mit Seitenlängen a, b und c gilt $a^2 + b^2 = c^2$.	☐

Achtung: Ob die Gerade durch den Ursprung geht, heißt, ob $(0|0)$ auf der Geraden liegt, also, wenn $x = 0$ und $y = 0$ eine Lösung ist, so geht die Gerade durch den Ursprung. Und tatsächlich $5 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 0$.

ACHTUNG: Aussage 3 war schon bei der vorigen SA!

Aufgabe 5. (4 Punkte)

Zwei Läufer trainieren für einen Marathon. Läufer A ist schon gut trainiert und läuft mit einer Geschwindigkeit von 15 km/h. Läufer B ist noch etwas langsamer und schafft es, im Schnitt 12 km/h zu laufen. Bei einer Übungsstrecke von 30 Kilometer gibt Läufer A dem Läufer B einen Vorsprung von 15 Minuten. Bestimme, zu welchen Zeiten nach dem Anfang von B die Distanz zwischen den beiden 1 km beträgt.

Nach 15 Minuten hat B 3 km zurückgelegt. Das ist schon mehr als 1 km. So gab es zur Zeit $t = 5$ also einen Moment, wo die Entfernung 1 km war.

A ist 3 km/h schneller als B. Damit die Entfernung wieder 1 km ist, muss er also nach seinem Start 2 km zurücklegen. Das dauert 40 min, also nach $40 + 15 = 55$ min nach Start von B.

Um dann 1 km vor B zu sein, muss A im Vergleich zu B 2 km laufen – 1 um zu überholen, 1 um 1 km vor B zu sein. Also, noch 40 später, also 95 min nach Start von B.

A ist schneller im Ziel, also gibt es noch eine Zeit. Denn B braucht insgesamt 2h30m. Somit ist 5 vor Start wieder die Entfernung 1 km.

Aufgabe 6. (3 Punkte)

Bei einem Basketballspiel wurden 1250 Karten verkauft. Eine Stehplatzkarte kostet 5 Euro, eine Sitzplatzkarte kostet 10 Euro. Die Einnahmen des Kartenverkaufs betrug 11.000 Euro. Berechne, wie viele Sitzplatzkarten und wie viele Stehplatzkarten verkauft wurden.

Im Unterricht; wurde von den meisten gut gemacht.

Aufgabe 7. (3 Punkte)

Ein Kreis hat den Mittelpunkt $M = (0|0)$ und der Radius beträgt $r = 4$ (Einheiten). Eine Tangente t am Kreis geht durch den Punkt $P = (7|0)$ und berührt den Kreis im Punkt T. Konstruiere den Punkt T in einem Koordinatensystem und berechne die Distanz $|PT|$.

Achtung: Die Konstruktion muss klar sein; Thaleskreis war hier notwendig. Dann aber $|PT|^2 = 7^2 - 4^2$. Usw.

Aufgabe 8. (3 Punkte)

Gegeben sind folgende lineare Funktionen

$$f(x) = 3x - 9\,, \qquad g(x) = -2x + 16\,.$$

Bestimme rechnerisch den Schnittpunkt der Graphen von f und g.

$f(x) = g(x)$, $3x - 9 = -2x + 16$. Also $x = 5$, dann $f(5) = g(5) = 6$. Also $S = (5|6)$ ist der Schnittpunkt.

KORREKTUR GRUPPE B

Aufgabe 1. (2x2 Punkte)

Löse folgende Systeme von zwei Gleichungen in zwei Variablen

(a)
$I: \quad x - y = 6$
$II: \quad 2x - y = 3.$

(b)
$I: \quad 4x - 3y = 9$
$II: \quad 2x + y = 2.$

Im Unterricht. Nach Bedarf.

Aufgabe 2. (2 Punkte)

Gegeben ist die Gerade $g: \quad 5x - 8y = 10$. Bestimme, in welchen zwei Punkten die Gerade g die Koordinatenachsen schneidet.

Schnittpunkt mit y-Achse, dort $x = 0$, also $-8y = 10$, also $y = -5/4$, somit $(0|-1,25)$.

Schnittpunkt mit x-Achse, dort $y = 0$, also $5x = 10$ also $x = 2$, somit $(2|0)$.

Aufgabe 3. (2 Punkte)

Gegeben sind $A = (3|6)$ und $B = (5|2)$. Bestimme die Entfernung zwischen A und B.

$s_{AB}^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 = 2^2 + 4^4 = 20$. Somit Distanz $\sqrt{20}$.

Aufgabe 4. (3 Punkte)

Kreuze an, welche zwei der unterstehenden Aussagen richtig sind!

(1).	Die Graphen zweier linearen Funktionen sind parallel falls ihre Steigungen gleich sind.	☒
(2).	In einem Dreieck mit Seitenlängen a, b und c gilt $a^2 + b^2 = c^2$.	☐
(3).	Die Geraden $g_1: \quad -2x + 3y = 1$ und $g_2: \quad 2x - 3y = 0$ sind parallel.	☒
(4).	Jede Gerade $g: \quad ax + by = c$ ist der Graph einer linearen Funktion.	☐
(5).	Die Gerade $g_3: \quad 5x + 2y = 3$ geht durch den Ursprung.	☐

Achtung: Ob die Gerade durch den Ursprung geht, heißt, ob $(0|0)$ auf der Geraden liegt, also, wenn $x = 0$ und $y = 0$ eine Lösung ist, so geht die Gerade durch den Ursprung. Aber bei (4): $5 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 0 \neq 3$.

ACHTUNG: Aussage 4 war schon bei der vorigen SA!

Aufgabe 5. (4 Punkte)

Zwei Läufer trainieren für einen Marathon. Läufer A ist schon gut trainiert und läuft mit einer Geschwindigkeit von 18 km/h. Läufer B ist noch etwas langsamer und schafft es, im Schnitt 15 km/h zu laufen. Bei einer Übungsstrecke von 30 Kilometer gibt Läufer A dem Läufer B einen Vorsprung von 15 Minuten. Bestimme, zu welchen Zeiten nach dem Anfang von B die Distanz zwischen den beiden 1 km beträgt.

Nach 15 Minuten ist B schon $3,75$ km weg, also mehr als 1km. Nach 4 Minuten war die Distanz schon 1 km.

Wenn A anfängt, muss er zuerst 2,75 auf B wettmachen. Relative Geschwindigkeit ist 3 km/h, somit dauert das $\frac{2{,}75}{3} \times 60 = 55$ min. Dazu müssen wir noch 15 min addieren. Also das zweite Mal bei $t = 1h10m$.

Dann muss A 2 km wettmachen, denn 1 km um B zu überholen, dann 1 km um 1 km vor B zu sein, mit relativer Geschwindigkeit 3 km/h. Das dauert 40 min, also bei $t = 1h40m$.

Der Lauf dauert für B 2 Stunden. Somit ist da noch einmal die Entfernung 1 km; genau dann, wenn B 1 km vor dem Finish ist. B braucht für 1 km aber 4 Min, also ebi $t = 1h56m$ ein letztes Mal.

Aufgabe 6. (3 Punkte)

Bei einem Basketballspiel wurden 1350 Karten verkauft. Eine Stehplatzkarte kostet 5 Euro, eine Sitzplatzkarte kostet 10 Euro. Die Einnahmen des Kartenverkaufs betrug 11.000 Euro. Berechne, wie viele Sitzplatzkarten und wie viele Stehplatzkarten verkauft wurden.

Fast von allen richtig gemacht. Bei Bedarf im Unterricht.

Aufgabe 7. (3 Punkte)

Ein Kreis hat den Mittelpunkt $M = (0|0)$ und der Radius beträgt $r = 4$ (Einheiten). Eine Tangente t am Kreis geht durch den Punkt $P = (0|8)$ und berührt den Kreis im Punkt T. Konstruiere den Punkt T in einem Koordinatensystem und berechne die Distanz $|PT|$.

Achtung: Thaleskreis wird bei der Konstruktion gebraucht. Wenn man etwas konstruieren muss, muss die Konstruktion immer klar sein.

Dann: $|PT|^2 = 8^2 - 4^2 = \ldots$. Usw.

Aufgabe 8. (3 Punkte)

Gegeben sind folgende lineare Funktionen

$$f(x) = 5x - 9\,, \qquad g(x) = -2x + 26\,.$$

Bestimme rechnerisch den Schnittpunkt der Graphen von f und g.

$f(x) = g(x)$ also $5x - 9 = -2x + 26$ also $7x = 35$ somit $x = 5$ und $f(5) = g(5) = 16$. Somit $(5|16)$.