KORREKTURVORLAGE 4. MATHEMATIKSCHULARBEIT DER 4B

———- GRUPPE A —— GRUPPE A —— GRUPPE A ——————

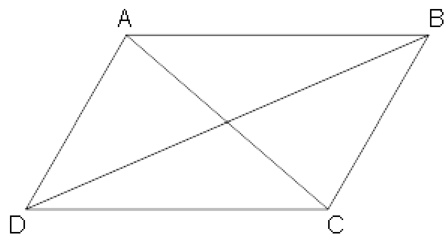
Aufgabe 1. (3x2 Punkte)

(a) Eine Kugel hat einen Radius $r = 3cm$. Berechne ihr Volumen.

(b) Ein Kreis hat einen Umfang $U = 23cm$. Berechne seinen Durchmesser.

(c) Ein Rechteck hat Seitenlängen $a = 2cm$ und $b = 5cm$. Berechne die Länge der Diagonalen.

(a) $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi\ cm^3$. (b) $d = \frac{23}{\pi}\ cm$, (c) $d = \sqrt{2^2 + 5^2}\ cm$.



Aufgabe 2. (3 Punkte)
Von einem Parallelogramm $ABCD$ ist bekannt, dass $|AB| = 6cm$, $h_a = 3cm$ und die Diagonale $|BD| = 9cm$. Berechne die Länge der anderen Diagonalen $|AC|$.

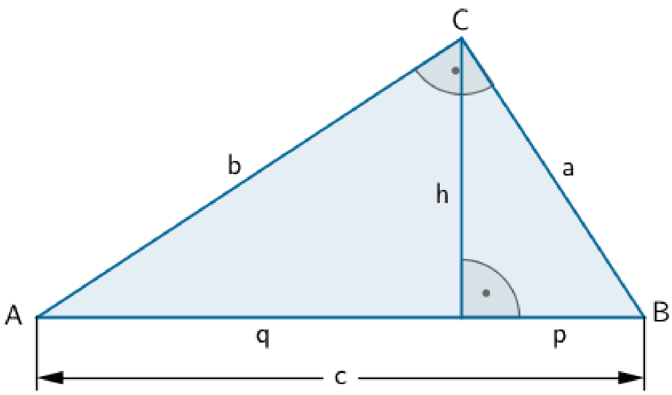
Siehe auch im Buch, wie so etwas gelöst wird! $(6 + m)^2 + 3^2 = 9^2$, daraus m berechnen $m = \sqrt{81 - 9} - 6$ und dann $|AC|^2 = (6 - m)^2 + 3^2$.

Aufgabe 3. (3 Punkte)

Betrachte das Dreieck in der unterstehenden Figur.

Kreuze an, welche der unterstehenden mathematischen Aussagen richtig sind!

(1). $h^2 = pq$	☒
(2). $a^2 = pc$	☒
(3). $a^2 = qc$.	☐
(4). $a^2 = b^2$	☐
(5). $a : p = c : b$.	☐



Aufgabe 4. (4 Punkte)

Ein Kreissektor hat Radius $r = 15cm$ und Zentriwinkel $\alpha = 60^o$. Berechne Umfang und Flächeninhalt vom Kreissektor.

$U = 2r + b = 30 + 5\pi\ cm$. $A = \frac{1}{6}\pi r^2 = \frac{75}{2}\pi cm^2$.

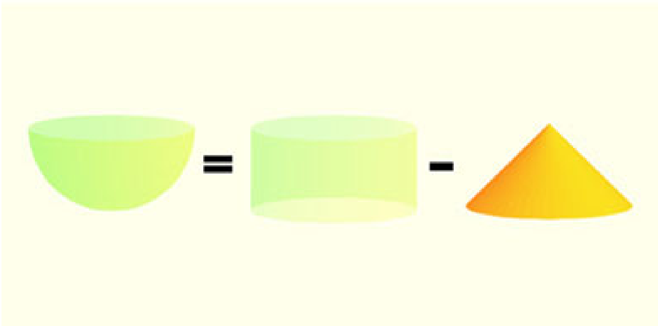
Aufgabe 5. (3 Punkte)

Gegeben ist ein Rechteck $ABCD$ mit $a = |AB|$ und $b = |BC|$. Wenn man das Rechteck um die Kante a dreht, entsteht ein Zylinder mit Volumen V. Drücke V in a und b aus.

$V = \pi b^2 a$

Aufgabe 6. (3 Punkte)

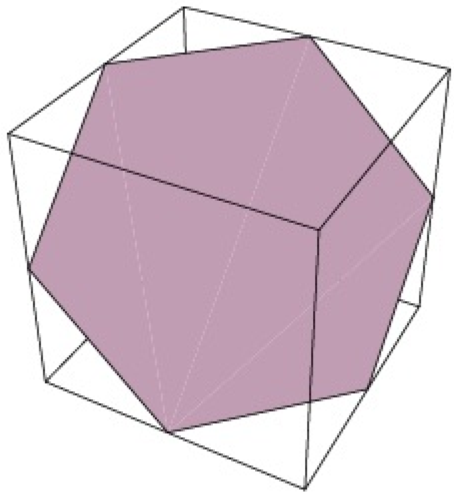
Beweise die Richtigkeit der folgenden Behauptung: Man errichtet über einer Kreisfläche mit Radius r einen Zylinder, eine Halbkugel und einen (Dreh-) Kegel, die alle drei gleich hoch sind, so gilt: Die Summe der Volumina der Halbkugel und (Dreh-) Kegel ergeben zusammen das Volumen des Zylinders.



Volumen Halbkugel $V_1 = \frac{2}{3}\pi r^3$. Volumen Kegel $V_2 = \frac{1}{3}\pi r^3$, weil $h = r$. Volumen Zylinder $V_3 = \pi r^3$, weil $h = r$. Wir berechnen $V_1 + V_2 = (\frac{1}{3} + \frac{2}{3})\pi r^3 = \pi r^3$, aber da $V_3 = \pi r^3$ gilt $V_1 + V_2 = V_3$.

Aufgabe 7. (2 Punkte)

Wenn man einen Würfel mit Seitenlänge $a = 4cm$ längst einiger Mittelpunkte der Kanten durchschneidet, entsteht ein regelmäßiges Sechseck – siehe unterstehende Figur. Berechne die Fläche dieses regelmäßigen Sechsecks.



Sechseck besteht aus sechs gleichseitigen Dreiecken mit Seite $b = \frac{1}{2}a\sqrt{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$. Fläche so eines Dreiecks $\frac{b^2}{4}\sqrt{3}$, und mit $b^2 = \frac{1}{2}a^2 = 8$ ergibt sich also insgesamt $6 \cdot \frac{8}{4}\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$.

——— GRUPPE B — GRUPPE B — GRUPPE B ———

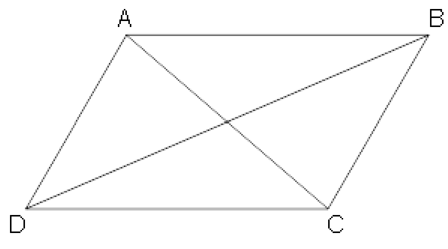
Aufgabe 1. (3x2 Punkte)

(a) Eine Kugel hat einen Radius $r = 4cm$. Berechne ihre Fläche.

(b) Ein Kreis hat einen Umfang $U = 22cm$. Berechne seinen Radius.

(c) Ein Rechteck hat Seitenlängen $a = 4cm$ und $b = 7cm$. Berechne die Länge der Diagonalen.

(a) $\frac{4}{3}\pi 4^3\ cm^3$ usw., (b) $r = \frac{11}{\pi}cm$, (c) $d = \sqrt{4^2 + 7^2}$ usw.



Aufgabe 2. (3 Punkte)
Von einem Parallelogramm $ABCD$ ist bekannt, dass $|AB| = 8cm$, $h_a = 2cm$ und die Diagonale $|AC| = 7cm$. Berechne die Länge der anderen Diagonalen $|BD|$.

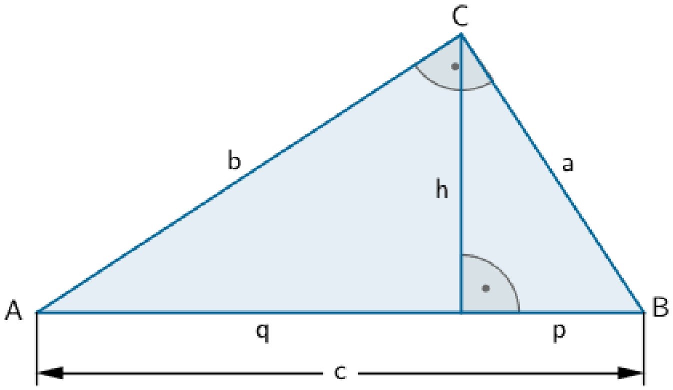
Siehe auch im Buch, wie das gelöst wird! $(8 - m)^2 + 2^2 = 7^2$. Damit m berechnen. Dann $|BD|^2 = (8 + m)^2 + 2^2$ ergibt etwa $|BD| \approx 9,5cm$.

Aufgabe 3. (3 Punkte)

Betrachte das Dreieck in der unterstehenden Figur.

Kreuze an, welche der unterstehenden mathematischen Aussagen richtig sind!

(1). $a^2 = p^2 + q^2$	☐
(2). $a : q = c : b.$	☐
(3). $h^2 = pq$	☒
(4). $b^2 = pc$	☐
(5). $b^2 = qc.$	☒



Aufgabe 4. (4 Punkte)

Ein Kreissegment hat Radius $r = 15cm$ und Zentriwinkel $\alpha = 60^o$. Berechne Umfang und Flächeninhalt vom Kreissegment.

Bogenlänge $b = \frac{\pi r}{3} = 5\pi$. Also $U = 15 + 5\pi$. Fläche: Kreissektor weniger Dreieck, also $\frac{1}{6}\pi r^2 - \frac{r^2}{4}\sqrt{3}$, dann $r = 15$ einsetzen.

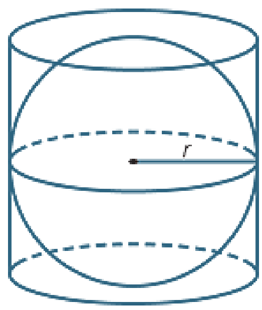
Aufgabe 5. (3 Punkte)

Gegeben ist ein Rechteck $ABCD$ mit $a = |AB|$ und $b = |BC|$. Wenn man das Rechteck um die Kante b dreht, entsteht ein Zylinder mit Volumen V. Drücke V in a und b aus.

$V = \pi a^2 b$

Aufgabe 6. (3 Punkte)

Beweise die Richtigkeit der folgenden Behauptungen: (i) Die Fläche einer Kugel ist genau so groß wie die Mantelfläche[a] des kleinsten Zylinders, in den die Kugel gerade noch hineinpasst. (ii) Die Fläche einer Kugel ist genau so groß wie das Vierfache der Schnittfläche, die man bekommt, wenn man die Kugel am Äquator durchschneidet.



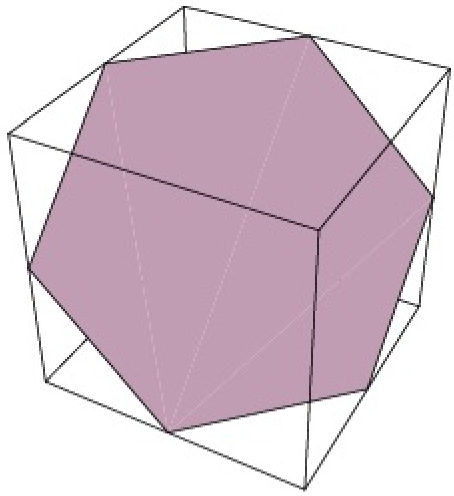
[a] Die Mantelfläche eines Zylinders beinhaltet nicht die zwei Kreise, also nicht Boden und Deckel!

(i) Kugelfläche $A_1 = 4\pi r^2$. Zylinder $A_2 = 2\pi rh$, und damit die Kugel rein passt, muss $h = 2r$. Einsetzen: $A_2 = 4\pi r^2$. Also $A_1 = A_2$.

(ii) Durchschneiden ergibt Kreis mit Radius r, also $A_1 = \pi r^2$. Kugelfläche $A_2 = 4\pi r^2 = 4A_1$.

Aufgabe 7. (2 Punkte)

Wenn man einen Würfel mit Seitenlänge $a = 10cm$ längst einiger Mittelpunkte der Kanten durchschneidet, entsteht ein regelmäßiges Sechseck – siehe unterstehende Figur. Berechne die Fläche dieses regelmäßigen Sechsecks.



Sechseck besteht aus sechs gleichseitigen Dreiecken mit Seite $b = \frac{1}{2}a\sqrt{2} = \frac{a}{\sqrt{2}}$. Fläche so eines Dreiecks $\frac{b^2}{4}\sqrt{3}$, und mit $b^2 = \frac{1}{2}a^2 = 50$ ergibt sich also insgesamt $6 \cdot \frac{50}{4}\sqrt{3} = 75\sqrt{3}$.