Planungsblatt Mathematik für die 4B

Woche 17 (von 09.01 bis 13.01)

Hausaufgaben [1]

Bis Dienstag 10.01:
Erledige und/oder lerne Aufgaben 1 bis 3 des Arbeitsblatts!

Bis Donnerstag 12.01:
Erledige und/oder lerne die Aufgaben 4 bis 7 des Arbeitsblatts!

Bis Montag 16.01:
Erledige und/oder lerne die Aufgaben von Woche 17, und folgende:
Es sei $f(x) = \frac{x^2}{2}$. Zeichne den Graphen von f, berechne $\Delta f(x) := f(x+1) - f(x)$ für $x \in \{-4, -2, 0, 3, 4\}$ und interpretiere diese Werte im Sinne einer Sekante, verbinde das Nicht-konstant-Sein von Δf mit der Form des Graphen von f, und versuche in Worten auszudrücken, wie Sekante und Tangente zusammenhängen.

Kernbegriffe dieser Woche:

Statistik: Box-Plot-Diagramm und Quartile; Funktionen: lineare und quadratische Funktionen, Diagramme, direkte und indirekte Proportionalitäten, Graph, Steigung, Achsenabschnitt, rekursive Eigenschaft $f(x+1) - f(x) = k$

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

(a) Montag (2.Std): (i) HÜ-Bespr., (ii) Vertiefung Funktionen – Arbeitsblatt

(b) Dienstag (4.Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) Vertiefung Funktionen – Arbeitsblatt

(c) Donnerstag (3.Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH (ii) Wissensstraße, Wiederholung von einigen Begriffen und Aufgaben dazu.

Unterlagen auf `www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html`

[1] Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Aufgaben zu den (linearen) Funktionen

Liebe SchülerInnen der 4B! Bald ist schon die nächste Schularbeit mit dem Hauptthema Funktionen, wobei die Betonung auf linearen Funktionen liegt. In dieser Aufgabenmenge findest du mehrere Ideen, die für ein gutes Verständnis von Funktionen wichtig sind. Versuche bei jedes Aufgabe auch gut zu überdenken, was in der Aufgabe wichtig ist.

Aufgabe 1. In einer Firma, die sich auf Zulieferungen spezialisiert hat, benutzen die Fahrer auch eine Tabelle mit den Spalten `Name des Kunden` und `Straße`. (a) Es sei f die Zuordnung, die jedem Namen die Straße zuordnet. Ist diese Zurodnung eine Funktion? Warum, oder warum nicht? (b) Es sei g die Zuordnung, die jeder Straße den Kundennamen zuordnet. Ist dies eine Funktion? (c) Wie könnte man durch einen Trick diese Zuordnungen, falls sie keine Funktion sind, doch zu einer (unnutzvollen) Funktion umbauen?

Aufgabe 2. Zeichne den Graphen von der Funktion $f(x) = \frac{4}{x}$ im Bereich $D = [-8; 8]$. Welche Werte von x sind (nicht) erlaubt? Wie heißt die so entstandene geometrische Figur? Welche Art Proportionalität beschreibt die Funktion f? Drehe die entstandene geometrische Figur um 45 Grad um den Ursprung; die so entstandene Figur hat noch immer denselben Namen, ist aber nicht mehr der Graph einer Funktion – warum nicht?

Aufgabe 3. Das Wachstum eines Baumes sei durch folgende Funktion beschrieben $h(t) = 10t$; hierbei ist $h(t)$ die Höhe in cm nach t Jahren. Interpretiere hier den Achsenabschnitt und die Steigung. Die Formel hat mit Sicherheit nur begrenzte Anwendbarkeit; man sie nicht immer anwenden – warum nicht? Kannst du eine Skizze eines realistischen Baumwachstumsgraphen zeichnen?

Aufgabe 4. Durch zwei Punkte geht genau eine Gerade. Darum ist eine lineare Funktion eindeutig bestimmt, wenn wir zwei Punkte auf dem Graphen geben. Das werden wir in dieser Aufgabe erforschen. Seien dazu zuerst mal zwei Punkte $A = (1|-2)$ und $B = (3|6)$. **(a)** Zeichne die zwei Punkte in ein Koordinatesystem ein. Entscheide, ob unsere gesuchte lineare Funktion eine positive oder negative Steigung haben wird. **(b)** Berechne Δx und Δy für A und B. Kannst du damit die Steigung bestimmen? **(c)** Wir können den Achsenabschnitt graphisch bestimmen; ziehe die Gerade durch A und B und lies den Achsenabschnitt ab! **(d)** Wir können, nachdem wir (b) erledigt haben, auch berechnen, was immer geht, genauer ist, und auch recht einfach: Wir wissen, dass unsere Funktion vom Typ $f(x) = kx+d$ ist. Nun haben wir k schon berechnet. Wir wissen nur d nicht! Aber, wir wissen, dass A auf dem Graphen liegt, also $f(1)$ muss -2 sein! Somit $-2 = k \cdot 1 + d$ und dies kannst du nach d lösen, wenn du k weißt. Zeige, dass du auf dasselbe für d kommst, wenn du die Information von B benutzt, also fordere $f(3) = 6$, also $6 = k \cdot 3 + d$ und finde denselben Wert von d!

Aufgabe 5. Gegeben sind die Punkte $P = (-3|2)$ und $Q = (9|-1)$. Bestimme die lineare Funktion f so, dass P und Q auf dem Graphen von f liegen!

Aufgabe 6. Drei Punkte sind kollinear, wenn sie auf einer Geraden liegen. Wie weiß ich jetzt, ob drei gegebene Punkte kollinear sind? In manchen Fällen sieht man es gleich: $(1|0)$, $(0|0)$ und $(0|1)$ sind es nicht! (Warum?) Stell dir vor, uns werden drei Punkte gegeben $A = (x_A|y_A)$, $B = (x_B|y_B)$ und $C = (x_C|y_C)$. Mache eine Skizze, um eine Idee zu bekommen! Stellen wir uns vor, f ist die lineare Funktion, deren Graph durch A und B geht, dann hat diese Steigung

$$k_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}\,.$$

(a) Warum gilt die letzte Gleichung in der obigen Kette? Worauf muss man also achten, wenn man die Steigung ausrechnent? (Hinweis: $\pm$.)**(b)** Sei g die lineare Funktion auf, deren Graphen durch B und C geht. Drücke die Steigung k_{BC} von g in die Koordinaten von B und C aus. **(c)**. Falls A, B und C kollinear sind, dann sind die Graphen von f und g gleich; haben also dieselbe Steigung. Sie gehen auch schon durch B. Schreibe eine Bedingung auf, welche die Koordinaten von A, B und C erfüllen müssen, damit sie kollinear sind. **(d)** Betrachte jetzt die Punkte $A = (1|7)$, $B = (3|5)$, $C = (2|8)$ und $D = (-1|9)$. Kontrolliere die Kollinearitätsbedingung für jedes Triplet von Punkten und finde heraus, welche drei auf einer Geraden liegen!

Aufgabe 7. Dies ist eine grafische Aufgabe, bei der du ziemlich genau arbeiten musst. Betrachten wir lineare Funktionen vom Typ $f(x) = kx + d$, aber wir wählen jetzt $d = 0$. Wir wollen den Zusammenhang zwischen der Steigung k und dem Winkel α, unter welcher der Graph von f die x-Achse schneidet bestimmen. Dieser Winkel heißt Steigungswinkel. Zeichne hierzu sehr genau Geraden L_α, die durch $(0|0)$ gehen und die x-Achse unter einem Winkel α schneiden für $\alpha \in \{0, 10, 15, 25, 35, 45, 50, 60, 70, 80, 85\}$ Grad. Bestimme dazu die Steigung. So bekommst du eine Tabelle mit Paaren $(\alpha|k)$. Mache dazu den Graphen einer Funktion $k : \alpha \mapsto k(\alpha)$, also, die Funktion k ordnet jedem Winkel α die dazugehörige Steigung $k(\alpha)$ zu. Welche Werte von α kommen in Betracht? Welche nicht? Wie schaut der Graph von $k(\alpha)$ aus? Ist das eine lineare Funktion? Wie sieht man, dass das nicht so ist? Interpretiere die folgende Situation in diesem Kontext: Es sei K der Einheitskreis (Radius 1, Mittelpunkt $(0|0)$) und es sei L die Gerade durch $(1|0)$ parallel zur y-Achse; jede Gerade durch den Ursprung schneidet K und L. Welche Bedeutung haben diese Schnittpunkte?