Planungsblatt Mathematik für die 4B

Woche 23 (von 20.02 bis 24.02)

Hausaufgaben [1]

Bis Dienstag 21.02:
Erledige und/oder lerne die Aufgaben 515, 528, 530, 531 und 630.
ACHTUNG: Obwohl der SA-Kalender noch nicht da ist, kann ich schon sagen, dass eine SA Mathematik Anfang März ist.

Bis Freitag 24.02:
Erledige und/oder lerne die Aufgaben 631, 632(a)(1,2,3), 634(a)(1,2,3), 636, 637(a), 638(a).

Bis Montag 27.02:
Erledige und/oder lerne die Aufgaben 640 und 644. BONUS: Wenn man am Strand steht, sieht man den Horizont, aber, wie weit ist er weg?

Kernbegriffe dieser Woche:

Graph, Steigung, Achsenabschnitt, rekursive Eigenschaft $f(x+1) - f(x) = k$, Gleichungen von der Form $ax + by = c$, Systeme von Gleichungen in zwei Variablen, Einsetzung, Gleichsetzung und Elimination

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

- **(a)** Montag (2.Std): (i) HÜ-Bespr., (ii) Aufgaben der vorigen Woche fertig besprechen, (iii) Pythagoras und Dreiecke: zuerst eine kleine Wiederholung, dann gemeinsam die Aufgaben 630 und 631.
- **(b)** Dienstag (4.Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) 632(a)(1,2,3), 634(a)(1,2,3), (iii) Distanz: 636, 637(a), 638(a), (iv) Zum Nachdenken, ist der Betrag die Distanz auf der Zahlengerade?
- **(c)** Freitag (2.Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH (ii) Thaleskreis und Anwendung: 640, (iii) Interessante Anwendung von Algebra und Geometrie: 644 – wie weit ist der Horizont wenn man am Strand steht?

Unterlagen auf `www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html`

[1] Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Anwendung von Geometrie für Physik – Bei Bedarf Bilder im Unterricht

Im Unterricht kam die Frage auf, wie das Prinzip von Fermat für gekrümmte Spiegel anzuwenden ist. Hier eine Idee. Im unterstehenden bezeichne $|XY|$ die Distanz zwischen X und Y.

Wir betrachten zwei Punkte in der Ebene, A und B. Es sei K ein gekrümmtes Objekt, wie ein Kreis oder so. Gefragt ist, wie man den kürzesten Weg von A über K zu B bestimmt. Wir wollen also einen Punkt P auf K finden, sodass $|AP| + |BP|$ so klein wie nur möglich ist.

(1) Falls L eine Gerade ist, sodass A und B auf einer Seite von L liegen, dann ist der kürzeste Weg von A über L zu B genau der Weg von A zum Spiegelbild von B, welcher an L reflektiert wird. Wir wissen also, dass dann gilt, dass Einfallswinkel und Ausfallswinkel gleich sind.

(2) Eine Ellipse hat zwei Brennpunkte, und für jeden Punkt auf der Ellipse ist die Summe der Distanzen zu den beiden Brennpunkten immer dieselbra Zahl. Diese Idee wenden wir auf A und B an. Wähle eine positive Zahl z und versuchen wir folgende Frage zu beantworten: Welche Punkte P in der Ebene haben $|AP|+|BP| = z$? Die Antwort auf die gestellte Frage hat eine verblüffend einfache Antwort: Die Punkte P in der Ebene mit $|AP|+|BP| = z$ bilden eine Ellipse mit den Brennpunkten A und B. Für alle Punkte P innerhalb dieser Ellipse gilt $|AP|+|BP| < z$, und für alle Punkte P außerhalb der Ellipse haben wir $|AP|+|BP| > z$.

(3) Nun betrachten wir also mal eine Ellipse mit Brennpunkten A und B. Sei P irgendeinem Punkt auf der Ellipse und betrachte die Tangente in P an der Ellipse. Alle Punkte auf dieser Tangente, außer P selbst, liegen außerhalb der Ellipse. Somit ist der Punkte P genau der Punkt auf der Ellipse mit minimaler Summe der Distanzen zu A und B. Darum gilt das Reflektionsgesetz bei P. Wenn ich also bei P ein Lot auf der Tangente zeichne, machen die Strecken AP und BP gleiche Winkel mit diesem Lot.

(4) Wenn wir zwei Ellipsen mit Brennpunkten A und B betrachten, so liegen sie entweder völlig in einander oder sie sind gleich. Wir können nun den gesuchten Punkt P auf K wie folgt finden: Wir machen Ellipsen mit Brennpunkten A und B, anfangend mit einer so kleinen Ellipse, dass diese Ellipse die Figur K nicht schneidet oder berührt. Dann machen wir die Ellipse größer und größer; alle Ellipsen sind genau die Mengen aller Punkte P mit $|AP| + |BP| = z$ für positive z, und wir machen also z allmählich größer. Irgendwann berührt so eine Ellipse die Figur K in einem Punkt (es könnten auch mehrere sein, aber die sind dann isoliert). Für so einen Punkt gilt also, dass die Ellipse K gerade berührt. Aber dann ist die Tangente an der Ellipse in diesem Punkt der Tangente an K in dieser Figur K gleich. Weil für die Tangente an der Ellipse der Reflektionssatz gilt, so auch für die Tangente an K. Dies beantwortet die gestellte Frage: Suche den Punkt P, sodass das Reflektionsgesetz angewandt auf AP und BP und die Tangente in P an K gültig ist.