Planungsblatt Physik für die 8B

Woche 23 (von 20.02 bis 24.02)

Hausaufgaben [1]

Bis Freitag 24.02:
Lerne die Notizen von Dienstag!

Bis Dienstag 28.02:
Lerne die Notizen von Woche 22 und 23!

Kernbegriffe dieser Woche:

Wellen: EM, Wasser, Schall, Helioseismologie, Materiewellen, Doppler und Fourier (?)

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

(a) Dienstag (3.Std): §4 Energie in Wellen §4.1 Dezibel §4.2 Pendel/Feder mit Energie (?)

(b) Freitag (5.Std): (i) Vortrag von einer von euch, (ii) §4.3 Hooke's Law und Energie §4.4 Phononen als Energiequanten

Unterlagen auf `www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html`

[1] Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Überblick der Abschnitte
§1 Allgemeinheiten §2 Das Pendel §3.3 Helioseismologie, §3.4 Oberflächenwellen und Schwerewellen – die Rolle von Viskosität und Auftrieb (auch Beispiel von Venus und Leewellen) §4 Energie in Wellen §4.1 Dezibel §4.2 Das Pendel mit Energie §4.3 Hooke's Law und Energie §4.4 Phononen als Energiequanten
§5 Interferenz und Überlagerungen
§5.1 Wellen-Addition und Fourier
§5.2 Stehende Wellen – Musik, Saiten
§5.3 Interferenz bei Licht – CD-Rillen, Bragg-Reflection

Einige Notizen

§4.3 Hooke's Law und Energie

Bringt man eine Feder um eine Distanz s aus seiner Gleichgewichtslage, so erfordert dies eine Kraft $F(s)$. Diese Kraft hängt von der Auslenkung s ab. Im Allgemeinen wird $F(s)$ eine sehr komplizierte aber monoton steigende Funktion von s sein. Wir können die Analyse vereinfachen, indem wir uns auf kleine Auslenkungen beschränken. Wir wollen also mal wieder die Technik der Linearisierung anwenden: $F(s) = ks$. Achtung: die Feder über eine Kraft in die andere Richtung aus, also $-ks$.

Die Konstante k heißt Federkonstante, hat Einheit N/m und gibt an, wie viel Kraft pro Längeneinheit nötig ist, die Feder auszulenken. Umso steifer die Feder, desto größer k. k ist also ein Proportionalitätsfaktor $F(s) : s = k$. Dass k wirklich von s unabhängig ist, gilt nur für kleine Auslenkung.

Wenn wir die Feder um eine Distanz x aus ihrer Gleichgewichtsposition bringen wollen, so ist eine Arbeit

$$W(x) = \int_0^x F(s)\mathrm{d}s = \int_0^x ks\mathrm{d}s = [\frac{1}{2}ks^2]_0^x = \frac{1}{2}kx^2$$

notwendig.

ALLGEMEIN kann man sagen, dass die Energie eines schwingenden System nach Linearisierung immer von der Form $\frac{1}{2}Cx^2$, wobei C eine Konstante ist, die das System charaktierisiert.

Wenn die Feder mit einer Masse m am Ende hin und her schwingt, so ist die kinetische Energie der Masse $\frac{1}{2}m\dot{x}^2$.

ACHTUNG: Ein Punkt (Dot) über ein Symbol bedeutet die Zeitableitung. Somit ist $\dot{x}$ nichts anders als die Geschwindigkeit.

Die Gesamtenergie des Schwingsystems Masse-Feder ist somit

$$E = E_{kin} + E_{pot} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 \,.$$

Wir wollen nun unter der Annahme der Reibungslosigkeit untersuchen, welche Bewegungen die Masse an der Feder ausführen wird. Wenn keine Reibung vorherrscht, so ist E konstant. Somit muss zwischen x und seiner Zeitableitung $\dot{x}$ eine Beziehung gelten, die x fast ganz bestimmt: Denn aus

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 = kst.$$

folgt

$$m\dot{x}^2 + kx^2 = kst.$$

Da wir schon wissen, dass eine periodische Bewegung ausgeführt wird, können wir als Ansatz nehmen $x = A \cdot \cos(\omega t)$, und versuchen dann A und ω zu bestimmen. Wenn $x = A\cos(\omega t)$, dann $\dot{x} = -A\omega\sin(\omega t)$, und somit haben wir

$$mA^2\omega^2 \sin^2(\omega t) + kA^2\cos^2(\omega t) = kst.$$

Dies kann nur gelten, wenn die beiden Koeffizienten $mA^2\omega^2$ und kA^2 gleich sind, denn dann steht dort ein Vielfaches von $\sin^2 + \cos^2$, und keine andere Kombination von $\sin^2 + \cos^2$ ist konstant. Also

$$mA^2\omega^2 = kA^2 \longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \,.$$

Und somit gilt für die Periode $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

Wir sehen, dass die Konstante A nicht bestimmt ist. A ist die maximale Auslenkung. Die kann ich mit der Hand selbst festlegen, indem ich der Masse eine Anfangsauslenkung gebe. Die Frequenz bestimmte ich aber nicht; die hängt von der Feder und von der Masse ab.

ACHTUNG: Für die, die die Mathe etwas besser verstehen wollen: Ich hätte auch den Ansatz $x = A\sin(\omega t)$, oder $x = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$ oder sogar $x = A\cos(\omega t + \delta)$ nehmen können. Dies ist eine gute Übung. Keine Sorge aber, denn die Ergebnisse bleiben gleich – beim zweiten Ansatz braucht man dann noch $A = \pm B$. Diese Vielzahl an Möglichkeiten rührt daher, dass man zwei Anfangsbedingungen braucht: Anfangsauslenkung und Anfang der Zeitmessung. Gibt man $x(0)$ und $\dot{x}(0)$ vor, so gibt es nur eine Lösung.

WICHTIG: Die Formel $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ kann man auch für Schall anwenden, aber dann nur qualitativ. Moleküle ziehen einander ja auch etwas an, lassen sich aber auch nicht beliebig zusammendrücken. Sie verhalten sich in Gruppen also etwa wie eine Menge an Massen, die durch Federn verbunden sind. Nimmt die Masse zu, so nimmt auch T zu, nimmt b ab, so auch T. Dies sehen wir bei Helium: wenn wir Helium einatmen, dann wird unsere Stimme höher, also f höher, somit T kleiner. Das kann man darauf zurückführen, dass Heliumatome nur vier Teilchen im Kern haben, und somit sehr leichte Moleküle sind. Sauerstoff und Stickstoff haben im Schnitt etwa 16 bzw. 14 Teilchen im Kern, die Moleküle O_2 und N_2 haben also eine achtmal bzw. siebenmal so große Masse als Heliumatome (welche auch gleich die Moleküle sind). Ein CO_2-Molekül hat insgesamt $12 + 32 = 44$ Nukleonen. Und tatsächlich bekommt man eine sehr niedrige Stimme, wenn man etwas pures CO_2 einatmet. Dies ist aber recht gefährlich, denn es kann sich unten in den Lungen ablagern – falls so ein Experiment nicht gut läuft, muss man die Person vertikal mit dem Kopf nach unten aufstellen, damit das schwerere CO_2 aus den Lungen abläuft.

Falls wir aber k modifizieren, so ergibt sich auch etwas interessantes: Wasser ist viel schlechter zusammendrückbar als Luft, und somit verhält Wasser sich wie ein System gekuppelter Federn mit großem k. Dann nimmt T ab, die Frequenz somit zu. Was wir vor allem in der Praxis sehen, ist das Schall in Luft langsamer als in Wasser ist. Die Größe k sagt also auch etwas über die Geschwindigkeit der Wellen! In Metall oder in Wasser kan Schall viel schneller als in der Luft.

Versuchen wir noch zum Schluss einen Ausdruck für die totale Energie zu finden. Nehmen wir $x = A\cos(\omega t)$:

$$E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t) + \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t)\,.$$

und benutzen, dass $k = m\omega^2$

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t) + \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t) = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2\,.$$

Diese Formel gilt sehr allgemein: E ist direkt proportional zum Quadrat der Frequenz und direkt proportional zum Quadrat der maximalen Auslenkung. Achtung: Die Formel von Planck $E = hf$ ist also wirklich ganz anders! Photonen sind ja auch nicht ganz normal schwingende Massen …

§4.4 Phononen als Energiequanten

Oben wurde schon erwähnt, dass wir Schall als Schwingungen mit Federn betrachten können. Wir wissen, dass Licht auch ein schwingendes System ist. Bei Licht schwingen das elektrische Feld E und das magnetische Feld hin und her. Es gilt auch hier, dass die Energiedichte (Energie pro Volumen) direkt proportional zum Quadrat der maximalen Auslenkung ist. Die Lichtintensität wächst mit dem Quadrat des elektrischen Feldes – das E und B direkt proportional sind, gilt das noch immer, wenn wir auch B betrachten.

Also, klassisch sind Schall und Licht sich als Schwingungssystem irgendwie ähnlich, und doch auch nicht:

(1) Licht gibt in Vakuum die maximale Geschwindigkeit des Universums an. Schall nicht.

(2) Licht kennt nur transversale Wellen; die Polarisation von Licht wird durch zwei Richtungen beschrieben, die senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung stehen. Schall ist ein longitudinales Wellenphänomen; es gibt nur eine Polarisation, die Ausbreitungsrichtung. Somit kann man für Licht ganz interessante Phänomene wie zirkulare Polarisation wahrnehmen, bei Schall nicht.

Aber, und das ist wesentlich, die Gleichungen, die Schall und Licht beschreiben, haben eine bestimmte Ähnlichkeit; ja, beide sind Schwingungssysteme. Somit sind mehrere mathematische Merkmale gleich. Diese überleben, wenn wir die Quantenmechanik benutzen, und jetzt kommt etwas ganz interessantes:

Wo Licht aus Photonen besteht, die die kleinsten Wellen als Quanten beschreiben, also als Teilchen, so sind Schwallwellen auch als Quantenteilchen zu beschreiben. Diese nennt man Phononen. Man kann also eine Schallwelle als Strom von vielen Phononen betrachten. Diese Phononen sind wie kleine Teilchen, die sich durch das Medium fortpflanzen, und auch absorbiert, emittiert und reflektiert werden können. Ein Phonon ist etwas wie eine quantisierte Schwingung ... Wenn ein Phonon auf ein Elektron trifft, kann er es aus dem Atom kicken. Dies ist klassisch gesehen das Folgende: geht eine Schallwelle durch ein Medium, so schwingen die Atome hin und her, und schwingt ein Atom mal heftig und prallt auf einen Nachbar mit so einer Wucht, so wird ein Elektron aus dem Atom gekickt, und so ensteht in einem Metall ein freies Elektron.

Mit den Phononen hat man eine interessante Sichtweise dazu bekommen; man kann vieles durch Teilchen beschreiben, ob diese Dinge, die sie beschreiben, jetzt Teilchen sind oder nicht. Weil diese Phononen nicht nur mit den Atomen interagieren, sondern auch mit sich selbt, kann man ein Festkörper als Gas aus Atomen und Phononen betrachten. Die Atome schwingen bei jeder Temperatur $T > 0(K)$, und somit gibt es immer Phononen, aber mit steigender Temperatur mehr und mehr. Durch die Interaktion mit einander und mit den Atomen kann man dann auch erklären, warum es immer in paar Ionen, freie Elektronen aus kovalenten Bindungen im Metall gibt, in einem Halbleiter sind somit immer Löcher und Leitungselektronen vorhanden. In der Luft sind also immer mehrere Atome ionisiert ...

Phononen sind also wie Photonen, aber dann was anders; das wichtigste ist, dass sie wesentlich zu einem Verständnis der Natur betragen können. Sie sind Pseudo-Teilchen, sie sind ja nicht wirklich Teilchen, aber was macht das denn aus?