Planungsblatt Physik für die 8B

Woche 3 (von 19.09 bis 23.09)

Hausaufgaben [1]

Bis Freitag 23.09:

Lerne die Notizen von Dienstag!

Bis Dienstag 27.09:

Lerne die Notizen von Woche 3! Aufgabe zum Nachdenken: Ein Raumschiff fliegt an der Erde vorbei; sein Geschwindigkeit beträgt 70% der Lichtgeschwindigkeit. Aus einer Kanone des Raumschiffes wird eine Kugel nach vorne geschossen (auf ein anderes Raumschiff zielend). Die Geschwindigkeit der Kugel relativ zum Raumschiff ist 80% der Lichtgeschwindigkeit. Ist die Geschwindigkeit der Kugel für uns, Beobachter auf der Erde, mehr oder weniger als die Lichtgeschwindigkeit?

Kernbegriffe dieser Woche:

Zeitdilatation, Längenkontraktion, Lorentztransformationen, kosmische Myonen, Leiter-Garage-Paradoxon

Ungefähre Wochenplanung

Schulübungen.

(a) Dienstag (3.Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) Kosmische Myonen und die Lorentzkontraktion, (iii) Vortrag von einem von euch über Energie / Impuls.

(b) Freitag (5.Std): (i) HÜ-Bespr. und evt. mSWH, (ii) Garage-Leiter-Paradoxon, (iii) Lorentztransformationen (the real thing) und (iv) Doppler-Verschiebung

Unterlagen auf `www.mat.univie.ac.at/~westra/edu.html`

[1] Für manche Aufgaben wird auf Rückseite/Anhang/Buch/Arbeitsblatt verwiesen.

Einige Notizen zu SRT

(0) Im Unteren bewegt sich ein Koordinatensystem mit Geschwindigkeit v in positiver x-Richtung. Die Koordinaten im ruhenden Koordinatensystem werden mit x, y, z, t angedeutet. Die Koordinaten im sich bewegenden System werden mit x', y', z' und t' angedeutet. Die räumlichen Koordinatenachsen sind parallel.

(1) Die Formel $\Delta t' = \Delta t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ beschreibt wie Zeitintervallen wahrgenommen werden, wenn sich ein Wahrnehmer bewegt. Die sich bewegende Uhr ist langsamer. Nota bene, die Uhr bleibt im sich bewegenden Koordinatensystem still stehen! Also $\Delta x' = 0$.

(2) Falls zwei Ereignisse sowohl im sich bewegenden System wie auch im ruhenden System nicht am selben Platz sind, dann hängen die Zeit- und Koordinatenintervalle wie folgt zusammen

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\,, \qquad \Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\,.$$

Des Weiteren $\Delta y = \Delta y'$ und $\Delta z = \Delta z'$. Diese Transformation vom einen Koordinatensystem ins andere heißt eine Lorentztransformation. Diese müsst ihr nicht auswendig lernen, noch anwenden können. Die Herleitung basiert auf folgenden Annahmen: Die Transformation ist linear, die Lichtgeschwindigkeit ist in beiden Koordinatensystemen gleich, und falls $\Delta x' = 0$, dann findet man $\Delta x = v\Delta t$, was heißt, dass sich der Ursprung des sich bewegenden Koordinatensystems mit Geschwindigkeit v relativ zum ruhenden Koordinatensystem bewegt.

(3) Die Lorentzkontraktion wird durch $L = L'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ beschrieben. Somit wird ein sich bewegender Lineal kürzer werden. Im Ruhezustand betrachtet ist ein Lineal am längsten.

(4) Verwirrend ist immer Folgendes: Die Formeln für die Zeitdilatation (siehe (1)) und die Längenkontraktion sind ähnlich, aber der Stricht (Akzent) steht auf der anderen Seite. Jedoch spricht man von Dilatation und Kontraktion! Daher muss man sich die Phrasen dazu merken: Eine sich bewegende Uhr tickt langsamer, und zwar mit einem Faktor $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$; ein sich bewegender Stab verkürzt sich, und zwar mit demselben Faktor!

(5) Oben in der Atmosphäre werden durch in die Atmosphäre eindringende Protonen Myonen (μ) erzeugt. Diese fliegen mit einer Geschwindigkeit, die sich recht gut der Lichtgeschwindigkeit annährt auf die Erde zu.

(5a) Diese Myonen nehmen die Atmosphäre als viel dünner wahr als wir; wir sehen eine etwa 10km dicke Atmosphäre. Wenn die Myonen eine Geschwindigkeit von 97% der Lichtgeschwindigkeit haben, sodass $v/c = 0,97$, sehen sie die Atmosphäre um einen Faktor $\sqrt{1-(0,97)^2} \approx 0,24$ kürzer, also nur noch 2400 meter. Somit dauert diese Strecke für die Myonen nur etwa

$$\Delta t' = \frac{2400m}{0.97c} \approx 8,35 \cdot 10^{-6}s = 8,25\mu s\,.$$

Da die Halbwertszeit $\tau_{1/2} \approx 2,2\mu s$ beträgt, kann man sagen $\Delta t' \approx 3,75\tau_{1/2}$. Somit wird ein Anteil von etwa $(0,5)^{3,75} \approx 0,074$, also etwa 7% die Erde erreichen. Der Rest zerfällt.

(5b) Wir nehmen die Zeit der Myonen wie folgt wahr: Diese Teilchen legen eine Strecke von etwa 10km mit einer Geschwindigkeit von etwa 97% der Lichtgeschwindigkeit zurück. Daher dauert für uns diese Myonenreise etwa $\Delta t = \frac{10.000}{0,97\cdot c} \approx 34,5 \cdot 10^{-6}s = 34,5\mu s$. Das sind also $34,5/2,2 \approx 15,7$ Halbwertszeiten. Somit würde man naiv erwarten, dass nur ein Anteil von $(0,5)^{15,7} \approx 2 \cdot 10^{-5}$ die Erde erreichen würden. Wir messen aber viel mehr! Die Myonen zerfallen natürlich nach der „Uhr" der Myonen selbst. Für sie ist aber die Zeitreise verkürzt. Die Zeitspanne wird mit der Zeitdilatation um einen Faktor 0,24 verkürzt. Daher „spüren" die Myonen ein Zeitintervall von $0,24 \cdot 15,7 = 3,768$ Halbwertszeiten. Das ist bis auf Rundungsungenauigkeiten genau in Übereinstimmung mit (5a) – dort waren es 3,75 Halbwertszeiten. Die Geschichte der Myonen kann also mit Zeitdilatation und mit Lorentzkontraktion erklärt werden: Wir messen auf der Erde mehr kosmische Myonen als man ohne SRT vermuten würde.

(6) Elegante Herleitung von der Lorentzkontraktion. Nehmen wir einen Stab mit Länge L' im sich bewegenden Koordinatensystem. Wir fertigen aber noch einen Stab mit derselben Länge L' an. Diese stellen wir unter einem Winkel von 90 Grad im sich bewegenden Raumschiff auf. Der eine Stab weist nach vorne in der Bewegungsrichtung, der andere weist nach oben. An den Enden befestigen wir Spiegel, in der Ecke eine Lichtquelle, die gleichzeitig zwei Lichtpackete zu den jeweiligen Spiegeln schicken kann. Im sich bewegenden Koordinatensystem sehen wir also das, dass wir zwei Lichtpackete sich zu einem Spiegel und dann wieder zurück bewegen. Die Zeit zwischen dem Senden und Ankommen dauert dann $\Delta t' = 2L'/c$.
Nun, im sich ruhenden Koordinatensystem sehen wir, dass zwei Lichtpackete gleichzeitig losgeschickt werden, und auch wieder gleichzeitig ankommen. Diese beiden Ereignisse müssen gleichzeitig sein, da sie am selben Ort stattfinden; entweder prallen sie aufeinander (z.B. könnte das eine Explosion verursachen, wenn wir eine Bombe so einstellen), oder nicht (und eine Bombe kann nicht schon und doch auch nicht explodieren). Somit wissen wir (siehe Herleitung von Zeitdilatation), dass gilt: $\Delta t' = \Delta t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$.
Sei nun L die Länge des sich in x-Richtung bewegenden Stab. Im sich ruhenden Koordinatensystem muss das sich in x-Richtung bewegende Licht zuerst einen Spiegel auf Distanz L, der sich mit Geschwindigkeit v nach vorne bewegt erreichen; das dauert hier eine Zeitspanne $\frac{L}{c-v}$. Dann muss das Licht die Strecke der Länge L zurück zur Quelle, die sich mit Geschwindigkeit v zum Licht hin bewegt, zurücklegen. Das dauert eine Zeitspanne $\frac{L}{c+v}$. Daher misst der sich in Ruhe befindenden Wahrnehmer eine Zeit

$$\Delta t = \frac{L}{c-v} + \frac{L}{c+v} = \frac{2Lc}{c^2-v^2}\,.$$

Da $\Delta t' = \Delta t\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ und wir die linke Seite davon in L' ausdrücken könne, die rechte in L, so finden wir eine Beziehung zwischen L' und L, welche genau die behauptete Formel ist – dies ist eine gute Algebraübung mit Hinweis $c^2 - v^2 = c^2(1-\frac{v^2}{c^2}) = (c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}})^2$.
Elegante Schlussfolgerung ist auch: Im sich ruhenden Koordinatensystem sind die zwei Stäbe nicht mehr gleich lang!
(7) Addition von Geschwindigkeiten ist in SRT ganz anders. Relativgeschwindigkeiten berechnet man nicht mehr mit einer einfachen Addition oder Subtraktion.